جمهوری اسلامی ایران

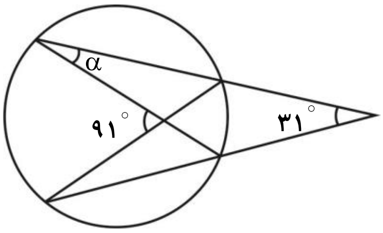
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره آموزش و پرورش منطقه تهران

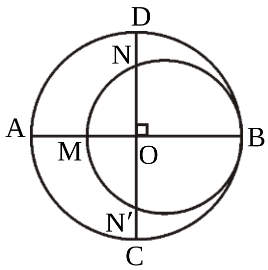
ش صندلی:	نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی	نوبت امتحانی: خردادماه ۱۴۰۱	ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح
نام و نام‌خانوادگی:	نام پدر: پایه: یازدهم	رشته: ریاضی	وقت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سؤال امتحان درس: هندسه ۲	نام دبیر:	سال تحصیلی: ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۷
			تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

بارم

۱ **۱- در شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌ی α را به‌دست آورید.**



۱/۵ **۲- در شکل زیر، دو دایره برهم مماس و دو قطر AB و CD از دایره‌ی بزرگ‌تر برهم عمودند. اگـــر $AM=۱۶$ و $ND=۱۰$، شعاع‌های دو دایره را به‌دست آورید.**



---

۱ **۳- طول شعاع‌های دو دایره‌ی متخارج را به‌دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آن‌ها مساوی $۳\sqrt{۷}$ و طول مماس مشترک داخلی آن‌ها $\sqrt{۱۵}$ و طول خط‌المرکزین آن‌ها مساوی ۸ واحد است.**

۱/۵ **۴- ثابت کنید یک ذوزنقه محاطی است اگر و تنها اگر متساوی‌الساقین باشد.**

---

۱ **۵- ثابت کنید انتقال تبدیل طولپا است. (سؤال را برای حالتی حل کنید که پاره‌خط داده شده با بردار انتقال موازی نیست.)**

---

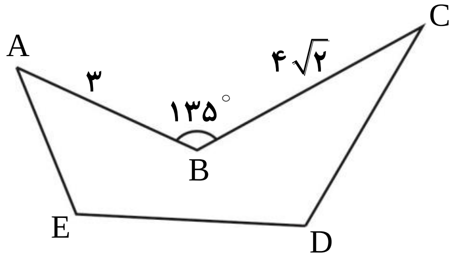
۱ **۶- نقطه‌ی A به فاصله‌ی $۲\sqrt{۶}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه‌ی A را تحت بازتاب نسبت به خط d، نقطه‌ی A' می نامیم. نقطه‌ی A را حول نقطه‌ی A' به اندازه‌ی ۱۲۰° دوران می‌دهیم تا نقطه‌ی A'' حاصل شود. طول پاره‌خط AA'' را محاسبه کنید.**

---

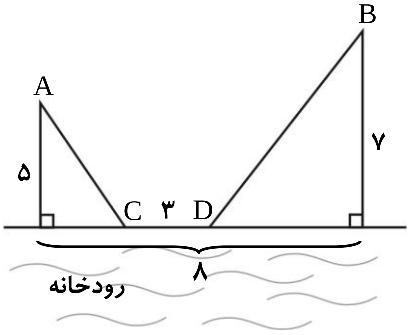
۱ **۷- در چه شرایطی دوران و تجانس می‌توانند تبدیل همانی باشند.**

۱/۲۵ **۸- یک مربع را در تجانسی با نسبت تجانس $\frac{۲}{۳}$ و به مرکز محل تلاقی قطرها تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۵ باشد، محیط مربع اولیه را محاسبه کنید.**

۱ **۹- زمینی به شکل زیر داریم، می‌خواهیم بدون آن که محیط این زمین تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت را حساب کنید.**



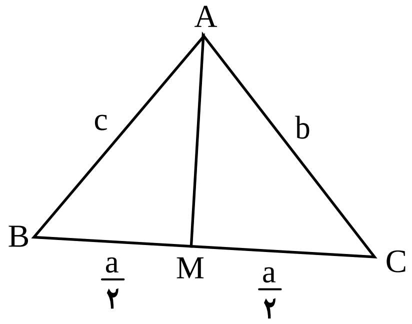
۱/۷۵ **۱۰- دو شهر A و B مطابق شکل در یک طرف رودخانه قرار گرفته‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به طوری که ۳ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود.**
با توجه به اندازه‌های مشخص شده طول کوتاه‌ترین مسیر ACDB را بیابید.



۱/۵ **۱۱- در مثلث ABC، $BC = ۱۰cm$ و $\hat{A} = ۱۲۰^\circ$ و $AC = \frac{۱۰\sqrt{۶}}{۳}$ مقدار شعاع دایره‌ی محیطی مثلث و اندازه زوایای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ را به‌دست آورید.**

۱/۵ **۱۲- در مثلث ABC میانه‌ی AM را رسم کرده‌ایم $(MB = MC = \frac{a}{۲})$ ثابت کنید:**

$$b^۲ + c^۲ = ۲AM^۲ + \frac{a^۲}{۲}$$



۱۳- در مثلث ABC، $AB = ۶$ و $AC = ۹$ و $BC = ۱۰$ است.

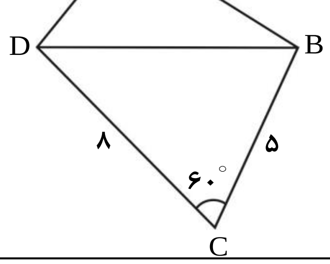
۱/۵ **الف) طول نیمساز زاویه‌ی داخلی A را به‌دست آورید.**

۱ **ب) حاده، قائمه و یا منفرجه بودن زاویه‌ی A را تعیین کنید.**

۱۴- در شکل مقابل:

۱ **الف) طول قطر BD را بیابید.**

۱/۵ **ب) مساحت چهارضلعی ABCD را به‌دست آورید.**

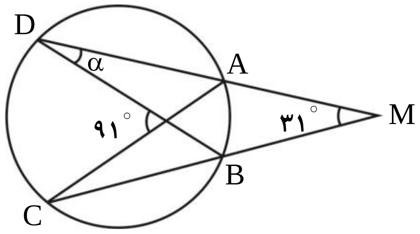


مجموع بارم آزمون هندسه ۲۰ نمره می‌باشد.

راهنمای تصحیح درس: هندسه ۲	نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی	ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح
نوبت امتحانی: خردادماه ۱۴۰۱	پایه: یازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱ / ۰۳ / ۰۷
رشته: ریاضی	سال تحصیلی: ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰	تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۴ صفحه

بارم

۱- (صفحه‌ی ۱۶ کتاب)

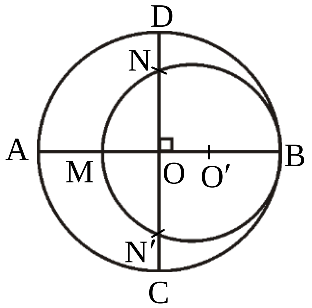


$$\left.\begin{aligned}\frac{\overset{\frown}{CD}-\overset{\frown}{AB}}{۲}&=۳۱^\circ\\ \frac{\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{AB}}{۲}&=۹۱^\circ\end{aligned}\right\}\ ۹۱^\circ-۳۱^\circ=\frac{\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{AB}-(\overset{\frown}{CD}-\overset{\frown}{AB})}{۲}$$

۱

$$\left.\begin{aligned}&\to ۶۰^\circ=\frac{۲\overset{\frown}{AB}}{۲}\ \to\ \overset{\frown}{AB}=۶۰^\circ\\ &\alpha=\frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}\end{aligned}\right\}\ \alpha=۳۰^\circ$$

۲- (صفحه ۲۳ کتاب)



شعاع دایره‌ی بزرگ را برابر با R و شعاع دایره‌ی کوچک را برابر با R' در نظر می‌گیریم.

$$DN=۱۰\to ON=R-۱۰$$

$$AM=۱۶\to OM=R-۱۶$$

۱/۵ **می‌دانیم قطر عمود بر هر وتر در یک دایره آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند بنابراین می‌توان نوشت:** $ON=ON'$

$$OM\times OB=ON\times ON'\to (R-۱۶)R=(R-۱۰)(R-۱۰)$$

$$\to R^۲-۱۶R=R^۲-۲۰R+۱۰۰\to ۴R=۱۰۰\to R=۲۵\to AB=۵۰$$

$$\left.\begin{aligned}AB&=۵۰\\ AM&=۱۶\end{aligned}\right\}BM=۵۰-۱۶=۳۴\to R'=۱۷$$

۳- (صفحه‌ی ۲۳ کتاب)

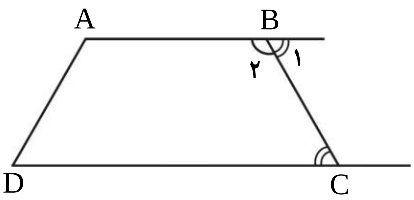
طول مماس مشترک خارجی دو دایره‌ی $C'(O',R')$ و $C(O,R)$ $=\sqrt{OO'^۲-(R-R')^۲}\ \to\ ۳\sqrt{۷}=\sqrt{OO'^۲-(R-R')^۲}\ \to\ ۶۳=۸^۲-(R-R')^۲$

۱ طول مماس مشترک داخلی دو دایره‌ی $C'(O',R')$ و $C(O,R)$ $=\sqrt{OO'^۲-(R+R')^۲}\ \to\ \sqrt{۱۵}=\sqrt{OO'^۲-(R+R')^۲}\ \to\ ۱۵=۸^۲-(R+R')^۲$

$$\left.\begin{aligned}&\to (R-R')^۲=\overset{۱}{\cancel{۶۴-۶۳}}\ \to\ R-R'=۱\\ &\to (R+R')^۲=\underset{۴۹}{\cancel{۶۴-۱۵}}\ \to\ R+R'=۷\end{aligned}\right\}\to ۲R=۸\ \to\ R=۴\ \xrightarrow{R-R'=۱}\ R'=۳$$

بارم

۴- (صفحه‌ی ۲۹ کتاب)

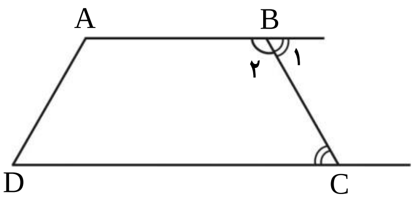


$$\left.\begin{array}{l} \text{ذوزنقه } ABCD \quad AB \parallel CD \rightarrow \hat{B}_۱ = \hat{C} \\ \text{مورب } BC \\ \hat{B}_۱ + \hat{B}_۲ = ۱۸۰^\circ \end{array}\right\} \hat{C} + \hat{B}_۲ = ۱۸۰^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{C} + \hat{B}_۲ = ۱۸۰^\circ \\ \text{ذوزنقه متساوی‌الساقین } ABCD \rightarrow \hat{D} = \hat{C} \end{array}\right\} \hat{D} + \hat{B}_۲ = ۱۸۰^\circ$$

۱/۵

$ABCD$ **چهار ضلعی محاطی است.**

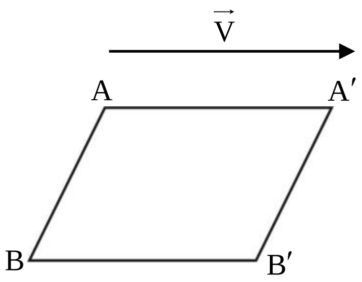


$$\left.\begin{array}{l} \text{ذوزنقه } ABCD \quad AB \parallel CD \rightarrow \hat{B}_۱ = \hat{C} \\ \text{مورب } BC \\ \hat{B}_۱ + \hat{B}_۲ = ۱۸۰^\circ \end{array}\right\} \hat{C} + \hat{B}_۲ = ۱۸۰^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{C} + \hat{B}_۲ = ۱۸۰^\circ \\ \text{محاطی } ABCD \rightarrow \hat{B}_۲ + \hat{D} = ۱۸۰^\circ \end{array}\right\} \hat{C} = \hat{D}$$

ذوزنقه‌ی $ABCD$ **متساوی‌الساقین است.**

۵- (صفحه‌ی ۴۱ کتاب)



فرض کنید پاره‌خط دلخواه AB **با بردار** $\vec{V}$ **(بردار انتقال) موازی نباشد.**

$A'B'$ **انتقال یافته‌ی پاره‌خط** AB **با بردار** $\vec{V}$ **است.**

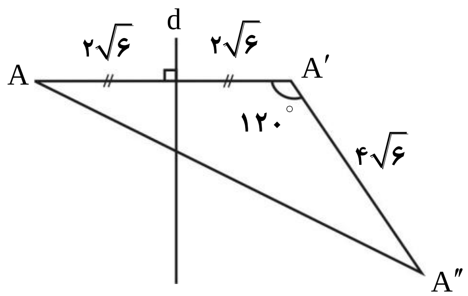
۱

$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \vec{V} \rightarrow AA' \overset{\parallel}{=} BB' \rightarrow$ **متوازی‌الاضلاع است.** $AA'B'B$

$\rightarrow AB \overset{\parallel}{=} A'B'$

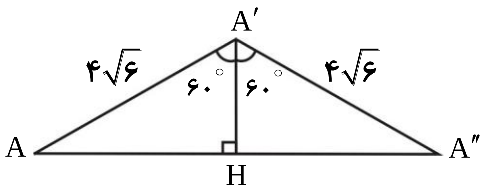
۶- (صفحه‌ی ۴۵ کتاب)

۱



$$\left.\begin{array}{l} \hat{H} = ۹۰^\circ \\ A\hat{A}'H = ۶۰^\circ \end{array}\right\} AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲} AA' \rightarrow AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۴\sqrt{۶} = ۶\sqrt{۲}$$

$$AA'' = ۲AH \rightarrow AA'' = ۱۲\sqrt{۲}$$



۷- (صفحه‌ی ۵۰ کتاب)

۱

یک دوران زمانی یک تبدیل همانی است که زاویه‌ی دوران مضرب صحیحی از ۳۶۰° باشد.

یک تجانس زمانی یک تبدیل همانی است که نسبت تجانس ۱+ باشد.

محل مهر یا امضاء مدیر

راهنمایی تصحیح (ویژه دبیران)

جمهوری اسلامی ایران

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

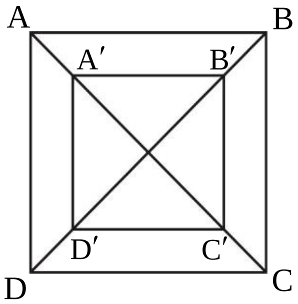
اداره آموزش و پرورش منطقه ....

راهنمای تصحیح درس: هندسه ۲	نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی	ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح
نوبت امتحانی: خردادماه ۱۴۰۱	پایه: یازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱ / ۰۳ / ۰۷
رشته: ریاضی	سال تحصیلی: ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰	تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۴ صفحه

بارم

۸- (صفحه‌ی ۵۱ کتاب)

مربع $A'B'C'D'$ مجانس مربع $ABCD$ تحت تجانس به مرکز O (محل تلاقی قطرهای مربع) با نسبت تجانس $\frac{۲}{۳}$ است.

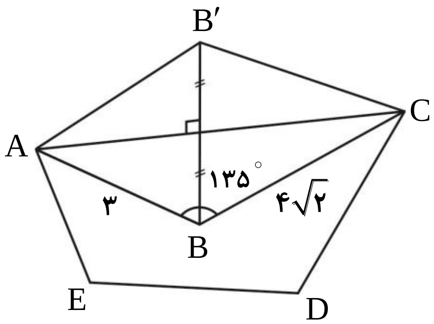


۱/۲۵

$$\left.\begin{array}{l} k=\frac{۲}{۳} \to \frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}}=\frac{۴}{۹} \\ S_{ABCD}-S_{A'B'C'D'}=۵ \end{array}\right\} S_{ABCD}-\frac{۴}{۹}S_{ABCD}=۵$$

$$\to \frac{۵}{۹}S_{ABCD}=۵ \to S_{ABCD}=۹ \to AB=۳ \to \text{محیط مربع } ABCD=۱۲$$

۹- (صفحه‌ی ۵۶ کتاب)



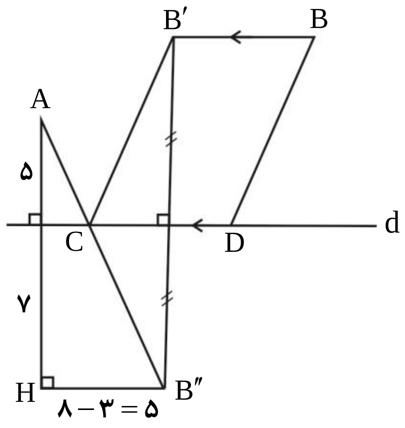
۱

$$\text{میزان افزایش مساحت}=S_{ABCB'}=۲S_{\overset{\Delta}{ABC}}$$

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}}=\frac{۳\times ۴\sqrt{۲}\times \sin ۱۳۵^\circ}{۲}=\frac{۳\times ۴\sqrt{۲}\times \frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۲}=۶$$

$$\to \text{میزان افزایش مساحت}=۲\times ۶=۱۲$$

۱۰- (صفحه‌ی ۵۵ کتاب)



ابتدا نقطه‌ی B را با بردار DC انتقال می‌دهیم و نقطه‌ی حاصل را B' می‌نامیم.

$$\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{DC} \to BD=B'C$$

$$\text{طول مسیر } ACDB=AC+CD+DB=AC+۳+B'C$$

۱/۷۵

$$\left.\begin{array}{r} CB'=CB'' \to AC+B'C=AC+CB'' \\ AC+CB''\geq \underbrace{AB''}_{\text{مقدار ثابت}} \end{array}\right\}\min(AC+B'C)=AB''$$

(زمانی حالت تساوی اتفاق می‌افتد که نقطه‌ی C محل تلاقی AB'' با خط d باشد.)

$$\left.\begin{array}{r} \text{کمترین طول مسیر } ACDB=AB''+۳ \\ AB''=\sqrt{۱۲^۲+۵^۲}=۱۳ \end{array}\right\} \text{کمترین طول مسیر } ACDB=۱۶$$

۱۱- (صفحه‌ی ۶۴ کتاب)

۱/۵

به کمک قضیه‌ی سینوس‌ها می‌توان نوشت:

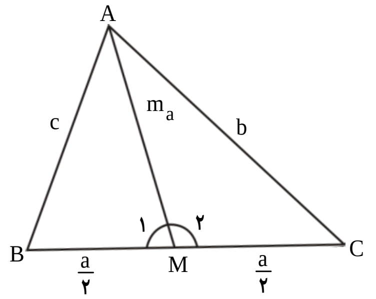
$$\frac{a}{\sin \hat{A}}=۲R \Rightarrow \frac{۱۰}{\sin ۱۲۰^\circ}=۲R \qquad \sin ۱۲۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow ۲R=\frac{۱۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}\ ,\ R=\frac{۱۰\sqrt{۳}}{۳}$$

بارم

$$\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=2R \Rightarrow \frac{\frac{10\sqrt{6}}{3}}{\sin\hat{B}}=\frac{20\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin\hat{B}=\frac{10\sqrt{6}}{20\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \hat{B}=45^\circ \text{ یا } 135^\circ \text{ و } \hat{A}=120^\circ \Rightarrow \hat{B}=45^\circ \Rightarrow \hat{C}=15^\circ$$

۱۲- (صفحه‌ی ۶۹ کتاب)



۱/۵

$$\overset{\Delta}{ABM}: c^2=m_a^2+\frac{a^2}{4}-2m_a\cdot\frac{a}{2}\cos\hat{M}_1$$

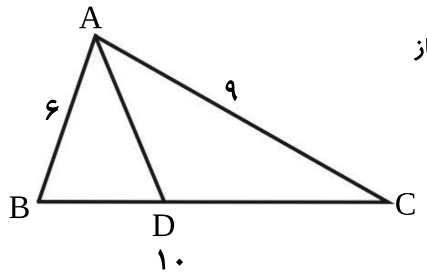
$$\overset{\Delta}{ACM}: b^2=m_a^2+\frac{a^2}{4}-2m_a\cdot\frac{a}{2}\cos\hat{M}_2$$

$$\hat{M}_1+\hat{M}_2=180^\circ \rightarrow \cos\hat{M}_1=-\cos\hat{M}_2$$

$$\rightarrow c^2+b^2=2m_a^2+\frac{a^2}{2}-2m_a\cdot\cancel{\frac{a}{2}\cos\hat{M}_1}_{-\cos\hat{M}_2}-2m_a\cdot\frac{a}{2}\cos\hat{M}_2$$

$$\rightarrow c^2+b^2=2m_a^2+\frac{a^2}{2}-\cos\hat{M}_2$$

۱۳- (صفحه‌ی ۷۲ کتاب)



۱/۵

الف) نیمساز $AD \rightarrow \frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC} \rightarrow \frac{BD}{DC}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3} \rightarrow BD=2x \ , \ DC=3x$

$$\rightarrow 2x+3x=10 \rightarrow 5x=10 \rightarrow x=2$$

$$\rightarrow BD=4 \ , \ DC=6$$

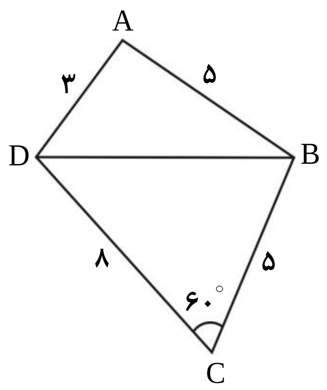
$$AD^2=AB\times AC-BD\times DC$$

$$\rightarrow AD^2=6\times9-4\times6=54-24=30 \rightarrow AD=\sqrt{30}$$

۱ **ب) (صفحه‌ی ۷۶ کتاب)** $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\times AC\times\cos\hat{A} \rightarrow 100=36+81-2\times6\times9\times\cos\hat{A}$

$$\rightarrow 2\times6\times9\cos\hat{A}=117-100 \rightarrow \cos\hat{A}>0 \rightarrow \hat{A}<90^\circ$$

۱۴- (صفحه‌ی ۷۵ کتاب)



۱

الف) $BD^2=CB^2+CD^2-2CB\times CD\times\cos\hat{C}$

$$\rightarrow BD^2=5^2+8^2-2\times5\times8\times\cancel{\cos60^\circ}_{\frac{1}{2}}$$

$$\rightarrow BD^2=25+64-40=49 \rightarrow BD=7$$

ب) $S_{ABCD}=S_{\overset{\Delta}{ABD}}+S_{\overset{\Delta}{BCD}}$

۱/۵

$$S_{\overset{\Delta}{ABD}}=\sqrt{\frac{15}{2}\times(\cancel{\tfrac{15}{2}-5}_{\frac{5}{2}})\times(\cancel{\tfrac{15}{2}-3}_{\frac{9}{2}})\times(\cancel{\tfrac{15}{2}-7}_{\frac{1}{2}})}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$$

$$S_{\overset{\Delta}{BCD}}=\frac{5\times8\times\cancel{\sin60^\circ}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}}{2}=10\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD}=\frac{15\sqrt{3}}{4}+10\sqrt{3}=\frac{55\sqrt{3}}{4}$$