

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم تجربی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سیدخندان
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

نام درس: ریاضی ۳
 نام دبیر: آقای محسنی
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۰۸
 ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

محل مهر و امضا: مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	
	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	
شماره	سوالات				شماره
۱/۵	$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 1 \\ x + 2 & 0 \leq x < 1 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$ نمودار $f(x)$ را رسم کنید و مشخص کنید تابع f در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در چه بازه‌هایی اکیداً نزولی است؟				۱
۲	توابع $f(x) = \frac{3x}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ داده شده‌اند: الف) ضابطه تابع $f \circ g$ را تشکیل دهید. ب) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف بدست آورید.				۲
۱/۵	اگر $f(x) = x + a$ و $g(x) = ax^2 + bx + c$ باشند، a و b و c را طوری تعیین کنید که داشته باشیم: $(f \circ g)(x) = x^2 - 3x + 4$				۳
۲	تابع $f(x) = \frac{2x+1}{3x-2}$ را در نظر بگیرید. الف) یک به یک بودن آن را بررسی کنید. ب- ضابطه وارون آن را بدست آورید.				۴
۲	دوره تناوب توابع زیر را بدست آورید و مقادیر ماکزیمم و مینیمم موارد (۱) و (۲) را تعیین کنید. ۱) $y = -3 + 4 \sin(2x)$ ۲) $y = \sqrt{2} + 3 \cos\left(\frac{3}{4}x\right)$ ۳) $y = 1 - \tan(2x)$				۵
۲	الف) مقدار $\sin 15^\circ$ را بدست آورید. ب- درستی تساوی مقابل را نشان دهید. $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = \tan x$				۶
۱	معادله مثلثاتی روبرو را حل کنید. $\cos^2 x + 5 \sin x - 5 = 0$				۷
۱	اگر $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$ بر $x - 2$ بخش پذیر باشد و باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر $x + 1$ برابر -18 باشد، مقدار $f(1)$ را بدست آورید.				۸
۳	حاصل حدهای زیر را بدست آورید. ۱) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{3x + 3}$ ۲) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3} - 1}{4x - x^2}$ ۳) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{[x] + 1}{x + 1}$ ۴) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x + 3}{ x - 2 }$ ۵) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 6x - 1}{x^3 + 4x}$ ۶) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{6x + 7}$				۹

ردیف	ادامه ی سوالات	محل مهر یا امضاء مدیر	نمره
۱۰	اگر $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+3}{x^2+ax+b} = +\infty$ باشد، مقادیر a و b را بدست آورید.		۱
۱۱	روی نمودار مقابل نقاط A و B و C و D را مشخص کنید. به طوری که: A: نقطه‌ای با شیب مثبت باشد. B: نقطه‌ای باشد که مقدار مشتق در آن منفی است. C: نقطه‌ای روی نمودار باشد که مشتق در آن صفر است. D: نقطه‌ای باشد که مقدار تابع در آن منفی است.		۱/۵
۱۲	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = (x-1) x-1 $ را در $x=1$ بررسی کنید.		۱/۵
موفق و مؤید باشید محسنی			
صفحه ی ۲ از ۲			

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	با توجه به نمودار رسم شده تابع f در بازه $(-\infty, 0)$ اکیداً نزولی و در بازه $(0, 1)$ اکیداً صعودی و در بازه $(1, +\infty)$ اکیداً صعودی است.	
۲	الف) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ ب) $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [0, +\infty) \mid \sqrt{x} \in \mathbb{R} - \{1\}\}$ $\sqrt{x} \neq 1 \rightarrow x \neq 1$ $D_g : x \geq 0$ $D_f : \mathbb{R} - \{1\}$ $= [0, 1) \cup (1, +\infty)$	
۳	$\begin{cases} (f \circ g)(x) = x^2 - 3x + 4 \\ f(g(x)) = ax^2 + bx + c + a \end{cases} \Rightarrow ax^2 + bx + c + a = x^2 - 3x + 4$ $a=1, b=-3, c+a=4 \rightarrow c=3$	
۴	الف: $f(x_1) = f(x_2) \rightarrow \frac{2x_1+1}{3x_1-2} = \frac{2x_2+1}{3x_2-2} \rightarrow 6x_1x_2 + 3x_2 - 4x_1 - 2 = 6x_1x_2 + 3x_1 - 4x_2 - 2$ $\Rightarrow 7x_1 = 7x_2 \rightarrow x_1 = x_2$ پس f یک به یک است. ب: $y = \frac{2x+1}{3x-2} \rightarrow 3xy - 2y = 2x+1 \rightarrow x(3y-2) = 2y+1$ $\rightarrow x = \frac{2y+1}{3y-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{3x-2}$	
۵	$T = \frac{2\pi}{ 2 } = \pi$, $Max = a + c = 4 - 3 = 1$ $Min = - a + c = -4 - 3 = -7$ (۱) $T = \frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8\pi}{3}$, $Max = a + c = 3 + \sqrt{2}$ $Min = - a + c = -3 + \sqrt{2}$ (۲) $T = \frac{\pi}{2}$ (۳)	

