

فصل ۱: عبارت های جبری

درس ۱: چند اتحاد جبری و کاربردها

۱. تساوی های زیر را با استفاده از اتحادها کامل کنید.

۱) $(a + ۴)^r = a^r + \dots + \dots$

۳) $(۳a - ۱)^r = \dots - ۶a + \dots$

۵) $(a + \sqrt{۲})^r = a^r + \dots + ۲$

۷) $(x - \Delta)(x + \Delta) = x^r - \dots$

۹) $(\Delta x + \dots)(\Delta x - \dots) = \dots - ۸۱$

۱۱) $(\sqrt{۳} + \dots)(\sqrt{۳} - \dots) = ۳ - ۲ = ۱$

۱۳) $(x + \dots)(x + \dots) = x^r + ۳x + ۲$

۱۵) $(۲a + ۱)^r = \lambda a^r + \dots + ۶a + \dots$

۱۷) $(a - ۳)(a^r + ۳a + ۹) = a^r - \dots$

۱۹) $(۲x - \dots)(۴x^r + ۶x + ۹) = \dots - ۲۷$

۲۰) $(۴a - ۲b)^r = \dots - \dots + \dots - \lambda b^r$

۲۱) $(\frac{۱}{۳}a - ۲)^r = \dots - ۳(\frac{۱}{۳}a)^r(۲) + \dots - \lambda$

۲۲) $(\dots + \dots)^r = ۲۷a^r + \dots + \dots + \frac{۱}{\lambda}$

۲. حاصل عبارت های زیر را با استفاده از اتحادها بنویسید.

۱) $(x + \Delta)^r$

۳) $(۲a + ۴)^r$

۵) $(y + \frac{۱}{۴})^r$

۷) $(\frac{x}{۲} + \Delta)^r$

۹) $(۲z - \frac{۱}{۲})^r$

۱۱) $(x + \Delta)(x - \Delta)$

۱۳) $(۷ - x)(۷ + x)$

۱۱) $(۴x - ۲y)(۴x + ۲y)$

۱۳) $(۴x + y)(۴x - y)$

۱۵) $(۳y + \Delta)(۳y + ۲)$

۱۵) $(۲x - \Delta)(۲x - ۶)$

۱۷) $(۲x + ۶)(۲x - ۱)$

۲) $(x - ۱)^r$

۴) $(۳a - ۲)^r$

۶) $(y + \frac{۱}{۴})^r$

۸) $(۲ - \frac{a}{۳})^r$

۱۰) $(۲x - ۳y)^r$

۱۲) $(y - ۳)(y + ۳)$

۱۴) $(\Delta x + ۲)(\Delta x - ۲)$

۱۲) $(1 - \frac{x}{۹})(1 + \frac{x}{۹})$

۱۴) $(x + ۳)(x + ۲)$

۱۶) $(۴x - ۱)(۴x + \Delta)$

۱۶) $(\Delta x - ۷)(\Delta x + ۲)$

۱۸) $(x + ۲)^r$

- ۱۹) $(y-3)^r$
- ۲۰) $(x-1)^r$
- ۲۱) $(2x+1)^r$
- ۲۲) $(2x-3)^r$
- ۲۳) $(x+\frac{r}{3})^r$
- ۲۴) $(\frac{1}{4}+\frac{b}{3})^r$
- ۲۵) $(x-4)(x^r+4x+16)$
- ۲۶) $(x+2y)(x^r-2xy+4y^r)$
- ۲۷) $(y-1)(y^r+y+1)$
- ۲۸) $(2+x)(4-2x+x^r)$
- ۲۹) $(1 \circ 1)^r$
- ۳۰) $(998)^r$
- ۳۱) $(999)^r$
- ۳۲) $(1 \circ 2)^r$
- ۳۳) $1 \circ 5^r$
- ۳۴) $(1 \circ 1)^r$
- ۳۵) $(99)^r$
- ۳۶) $96 \times 1 \circ 4$
- ۳۷) $1 \circ 2 \times 98$

تجزیه

۳. عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

- ۱) $x^r + 5x$
- ۲) $x(a+b) - 2(a+b)$
- ۳) $\frac{x^r}{3} - 7x$
- ۴) $6a^r b^r - 8ab^r$
- ۵) $x^r - x$
- ۶) $2x(x+2y)^r - 5(x+2y)^r$
- ۷) $x^r - 25 = (x+....)(x-....)$
- ۸) $y^r - 49 = (y-....)(y+....)$
- ۹) $4x^r - 9 = (2x+....)(2x-....)$
- ۱۰) $9x^r - 16$
- ۱۱) $16 - 25y^r$
- ۱۲) $49x^r - 100$
- ۱۳) $25x^r - y^r$
- ۱۴) $x^r - \frac{1}{16}$
- ۱۵) $\frac{x^r}{25} - 16$
- ۱۶) $x^r - 25x$
- ۱۷) $y^r - 16y$
- ۱۸) $x^r - 16$
- ۱۹) $4x^r - 49x$
- ۲۰) $x^8 - 64x^r$
- ۲۱) $x^8 - 625x^r$
- ۲۲) $x^r + 5x + 6$
- ۲۳) $x^r - 7x + 6$
- ۲۴) $y^r - 9y + 10$
- ۲۵) $y^r - 3y - 10$
- ۲۶) $x^r - 7x + 10$
- ۲۷) $4x^r - 4x + 1$
- ۲۸) $9x^r + 18x + 8$
- ۲۹) $4x^r + 14x + 12$
- ۳۰) $25x^r + 25x + 6$
- ۳۱) $4x^r + 4x - 16$
- ۳۲) $x^r - 10x + 25$
- ۳۳) $x^r + 14x + 49$
- ۳۴) $x^r + 4x + 4$
- ۳۵) $y^r - 2y + 1$
- ۳۶) $x^r + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$
- ۳۷) $9x^r - 8x + 1$
- ۳۸) $4x^r + 12xy + 9y^r$

- | | |
|--|---|
| ۴۹) $x^r - 8$ | ۴۰) $y^r + 27$ |
| ۴۱) $x^r + 1$ | ۴۲) $8x^r - 1$ |
| ۴۳) $27a^r + 8$ | ۴۴) $8 - t^6$ |
| ۴۵) $1 + z^r$ | ۴۶) $t^r - \frac{1}{8}$ |
| ۴۷) $x^6 - 1$ | ۴۸) $12x^6(x^r + 5)^r - 10x^6(x^r + 5)^r$ |
| ۴۹) $12x^7(x^r + 6)^r - 8x^8(x^r + 6)^r$ | |

۴. ابتدا حاصل $11^3, 11^4, 11^5$ را به دست آورده و یک الگو برای به دست آوردن توان‌های طبیعی عدد ۱۱ به دست آورید و با استفاده از آن حاصل $11^6, 11^7$ را حدس بزنید.

درس ۲: عبارت‌های گویا

۵. مشخص کنید کدام‌یک از عبارت‌های زیر گویاست و کدام‌یک گویا نیست؟

- | | | | |
|---------------------|-------------------------------|----------------------------------|------------------------------|
| ۱) $\sqrt{x^r} + 1$ | ۲) $\frac{1}{x^r - \sqrt{2}}$ | ۳) $\frac{x - 3}{2x^r - 3x + 5}$ | ۴) $\frac{x + y}{3\sqrt{z}}$ |
|---------------------|-------------------------------|----------------------------------|------------------------------|

- | | | | |
|--------------------------|-------------------|----------------------------|---------------|
| ۵) $\frac{\sqrt{5}x}{x}$ | ۶) $x^r + 3x + 5$ | ۷) $\frac{x^r - 1}{x + 1}$ | ۸) \sqrt{x} |
|--------------------------|-------------------|----------------------------|---------------|

$$9) \frac{|x|}{x^r + 2}$$

۶. کدام‌یک از عبارت‌های زیر گویا و کدام‌یک غیر گویا هستند؟ عبارت‌های گویا به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده‌اند؟

- | | | | |
|----------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|------------------------------|
| ۱) $\frac{3z + 5}{3z - 5}$ | ۲) $\frac{x + 9}{\sqrt{x} - 3}$ | ۳) $\frac{4x^r - 5x + 1}{7\sqrt{2}}$ | ۴) $\frac{a^r + 3}{a^r - 4}$ |
| ۵) $\frac{x\sqrt{x} + 1}{3 - x}$ | ۶) $\frac{5x^r + 1}{x^r + 1}$ | | |

۷. عبارت‌های گویای زیر، به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده‌اند؟

- | | | | |
|--------------------------------|--|------------------------------------|---|
| ۱) $\frac{x^r + 1}{x^r - 1}$ | ۲) $\frac{2x^r + 1}{x^r + 4}$ | ۳) $\frac{5}{x^r + x}$ | ۴) $\frac{x^r + 3x^r + 2x}{x(x+1)(x^r - 4)}$ |
| ۵) $\frac{3x^ry + 6xy^r}{x^r}$ | ۶) $\frac{42a^r - 30a^rm}{am^r - 25a}$ | ۷) $\frac{x^r - a^r}{ax^r - a^rx}$ | ۸) $\frac{b^rx^r - ab^rx^r}{a^rb^rx^r - a^rb^rx}$ |

۸. کسرهای زیر را تا حد امکان ساده کنید.

- | | | | |
|-------------------------------|------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| ۱) $\frac{x^r - 4}{x^r + 2x}$ | ۲) $\frac{x^r + 1}{x^r - 1}$ | ۳) $\frac{x^r + 6x + 9}{x^r - 9}$ | ۴) $\frac{x^r - 5x - 14}{x^r - 49}$ |
|-------------------------------|------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|

۵) $\frac{x^r - 1}{x^r + 1}$

۶) $\frac{4x^r - 9}{4x^r + 1 \cdot x + 6}$

۷) $\frac{x^r - 8x}{2x^r - 8x + 8}$

۸) $\frac{6x^5(x^r + 4)^r - 4x^r(x^r + 4)^r}{x^8 - 16x^4}$

کوچک‌ترین مضرب مشترک چندجمله‌ای‌ها

.۹. کوچک‌ترین مضرب مشترک هر زوج از چندجمله‌ای‌های زیر را به دست آورید.

۱) $\begin{cases} P(x) = a^r + 6a + 9 \\ Q(x) = a^r - 9 \end{cases}$

۲) $\begin{cases} P(x) = x^r + 2x - 15 \\ Q(x) = x^r - 25 \end{cases}$

۳) $\begin{cases} P(x) = x^r - 4 \\ Q(x) = x^r + 2x \end{cases}$

۴) $\begin{cases} P(x) = a^r - b^r \\ Q(x) = a^r - b^r \end{cases}$

۵) $\begin{cases} P(x) = 5x^r \\ Q(x) = x^r - x \end{cases}$

۶) $\begin{cases} P(x) = 5x - 5 \\ Q(x) = x^r - 1 \end{cases}$

۷) $\begin{cases} P(x) = a^r + 2a^r - 3a^r \\ Q(x) = a^r + 8a^r + 15a \end{cases}$

۸) $\begin{cases} P(x) = x(x+2) \\ Q(x) = 5(x-2) \end{cases}$

۹) $\begin{cases} P(x) = 7x - 7 \\ Q(x) = x^r - 1 \\ R(x) = x^r - 5x - 6 \end{cases}$

۱۰) $\begin{cases} P(x) = x^r - 81 \\ Q(x) = 9 - x \end{cases}$

جمع و تفریق عبارت‌های گویا

.۱۰. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

۱) $\frac{2}{x-5} + \frac{4}{2x+1}$

۲) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$

۳) $\frac{7}{x^r - 4} + \frac{6}{x+2}$

۴) $\frac{2}{x} + \frac{5}{x+3}$

۵) $\frac{x-2}{x-3} + \frac{x+1}{x+2}$

۶) $\frac{x}{x-2} - \frac{5}{x+1}$

۷) $\frac{x}{2x+4} - \frac{6}{x-2}$

۸) $\frac{4}{x^r+x} + \frac{x}{x^r-1}$

۹) $\frac{4}{x^r+x} + \frac{1}{(x^r-1)(x+1)}$

۱۰) $\frac{1}{x^r-8x} - \frac{1+x}{x^r} + \frac{x+2}{x-2}$

۱۱) $\frac{y+8}{y^r+y-2} + \frac{y-2}{y^r+2y}$

۱۲) $\frac{4+x^r-2x}{2+x} - x-2$

۱۳) $\frac{x+3}{x^r-8x+9} - \frac{x+2}{x^r-9} - \frac{5}{3-x}$

۱۴) $\frac{4}{9x} - \frac{5x}{6y^r} + 1$

۱۵) $\frac{x+1}{x-1} - 1$

۱۶) $\frac{2x}{x^r-y^r} + \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}$

۱۷) $\frac{2x+3}{2x-2} - \frac{5}{x^r-1} - \frac{2x-3}{2x+2}$

۱۸) $\frac{y-3}{y^r-4} - \frac{y+2}{y^r-4y+4} - \frac{2}{2-y}$