

۱	دو جمله بعدی دنباله مقابل را بنویسد. $۲, ۵, ۱۰, ۱۷, \dots$
۲	برای یک فرد در حال استراحت میزان هوای $v$ (بر حسب لیتر) که در یک دوره‌ی تنفس وارد ریه‌اش می‌شود عبارت است از $v = ۰/۸۵ \sin\left(\frac{7\pi t}{3}\right)$ که در آن $t$ زمان بر حسب ثانیه است. دم زمانی صورت می‌گیرد که $v > ۰$ و بازدم زمانی صورت می‌گیرد که $v < ۰$ باشد. در یک دقیقه چند بار دم و بازدم اتفاق می‌افتد؟

در هر سوال گزینه مناسب را انتخاب کنید.

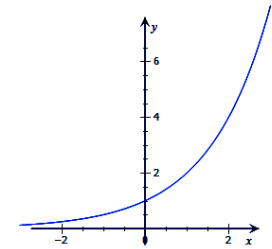
۳	اگر $۳^a = A$ باشد، حاصل $\log_3 A^2$ کدام است؟ الف) $۲ + ۲a$ ب) $۳ + ۲a$ ج) $۲ + a^2$ د) $۳ + a^2$
۴	اگر $\tan \theta = ۰/۲$ باشد، حاصل $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)}$ کدام است؟ الف) $-۲$ ب) $\frac{1}{2}$ ج) $۳$ د) $۲$
۵	به ازای کدام مجموعه مقادیر $a$ ، معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} a+۱ & ۲ \\ -۱ & a-۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ ۱ \end{bmatrix}$ جواب دارد؟ الف) $\{-۱, ۱\}$ ب) $\mathbb{R} - \{۰, ۱\}$ ج) $\phi$ د) $\mathbb{R}$
۶	ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ را به طریقی کنار هم قرار داده‌ایم که همواره رقم‌های فرد کنار هم باشند، تعداد پنج رقمی‌های حاصل کدام است؟ الف) ۲۴    ب) ۳۶    ج) ۱۸    د) ۱۲

هر عبارت را به مناسب ترین نمودار وصل کنید.

۱	<p>شکل ۱    شکل ۲    شکل ۳    شکل ۴    شکل ۵    شکل ۶</p>	<p>الف) رابطه بین فاصله کسی که بر چرخ فلک سوار است از زمین و زاویه بین شخص تا مرکز چرخ فلک با افق،</p> <p>ب) در شکافت هسته ای رابطه ای که مشخص می کند تعداد معینی از نوترون ها در کدام مرحله به وجود می آیند،</p>
	ادامه در صفحه دوم	

		می توان با مجموعه عددهای $\left\{\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right\}$ یک دنباله حسابی ساخت.	۸
در سوالات زیر راه حل خود را تا حد امکان کامل بنویسید.			
۱		اگر رابطه‌ی $f = \{(2, a), (4, a^2), (a, b - 1)\}$ یک به یک باشد و $f(4) - 3f(2) = -2$ ، مقادیر $a$ و $b$ را بدست آورید.	۹
		<p>الف) با توجه به نمودار تابع <math>f</math>، برد تابع <math>y = \sqrt{f(x-1)} + 1</math> را تعیین کنید.</p> <p>ب) <math>m</math> را طوری تعیین کنید که تابع <math>y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-(m-1)x+4}}</math> همواره بامعنی باشد.</p> <p>ج) اگر <math>x &lt; 0</math> آنگاه حاصل <math>\sqrt{(x-1)^2}</math> را به ساده ترین شکل بنویسید.</p>	۱۰
۱		الف) معادله $\log_3^{(x^2-1)} = \log_3^{(x-1)} + 2\log_3^3$ را حل کنید.	۱۱
۱		ب) نمودار تابع $y = 2^x$ را رسم کنید. ج) از روی نمودار فوق مقدار تقریبی $2^{0.8}$ را بدست آورید.	
۱		الف) در دایره ای به شعاع $3\text{ cm}$ ، توسط زاویه‌ی $\theta$ کمانی به طول $6\text{ cm}$ بریده می شود. مقدار $\theta$ به درجه و رادیان چقدر است؟	۱۲
۱		<p>ب) خط <math>y = -x - 1</math> با جهت مثبت محور <math>x</math> ها چه زاویه ای می سازد؟</p> <p>ج) اگر قسمتی از نمودار تابع <math>y = a \sin bx</math> به صورت زیر باشد، مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را تعیین کنید.</p> <p>د) اگر <math>\sin \theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}</math> و انتهای کمان در ربع سوم باشد، مقدار <math>\tan \theta</math> را بدست آورید.</p> <p>ه) در مثلث <math>ABC</math> اگر <math>\hat{A} &gt; \frac{\pi}{6}</math> و <math>h_b = b</math> و <math>ac = 2b^2</math> آنگاه زاویه‌ی <math>B</math> را بیابید.</p>	
		الف) اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس $A + B$ را بیابید.	۱۳
		ب) با توجه به درایه های ماتریس های بالا حاصل $a_{21} - b_{22}$ را بیابید. ج) دستگاه معادلات $\begin{cases} x - 2y - 3 = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases}$ را به کمک ماتریس ها حل کنید.	
۱		<p>الف) اگر <math>n! = 2^6 \times 3^2 \times 7 \times 0</math> آنگاه حاصل <math>\binom{n-2}{6}</math> را بیابید.</p> <p>ب) با نقاط مشخص شده در شکل مقابل چند مثلث می توان ساخت؟</p> <p>ج) با حروف کلمه «انقلاب اسلامی» چند کلمه سه حرفی می توان نوشت؟</p>	۱۴
جمع نمرات ۲۰		موفق باشید	
پایان			

۱	$2, 5, 10, 17, \dots \xrightarrow{n^2+1} 26 \text{ (} \cdot/25 \text{)}, 37 \text{ (} \cdot/25 \text{)}$
۲	<p>زمان یک دم و یک بازدم یک دوره تناوب است و همین روال تا پایان ادامه دارد. چون تنفس با یک تابع مثلثاتی سینوسی مدل سازی شده است پس دوره تناوب تابع را حساب می کنیم:</p> $T = \left  \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} \right  = 6 \text{ ثانیه} \rightarrow \text{تعداد در دقیقه} = \frac{60 \text{ ثانیه}}{6 \text{ ثانیه}} = 10 \text{ (} \cdot/5 \text{)}$
۳	<p>گزینه الف (۰/۵)</p> $\log_3^9 A^2 = \log_3^9 + \log_3^A = 2 + 2 \log_3^A = 2 + \log_3^{3^a} = 2 + 2a$
۴	<p>گزینه ج (۰/۵)</p> <p>ابتدا هر کدام از جملات عبارت مورد نظر را با کمک دایره واحد مثلثاتی حساب می کنیم:</p> $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = \sin \theta \quad \cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$ $\sin(\pi - \theta) = \sin \theta \quad \sin(3\pi + \theta) = -\sin \theta$ $\rightarrow \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta + \sin \theta} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{2 \sin \theta} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}\right) =$ $\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\tan \theta}\right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\frac{1}{2}}\right) = 3$
۵	<p>گزینه د (۰/۵)</p> <p>دستگاه فوق در صورتی جواب دارد که دترمینان ماتریس ضرایب آن مخالف صفر باشد:</p> $\begin{vmatrix} a+1 & 2 \\ -1 & a-1 \end{vmatrix} = (a^2 - 1) - (-2) = a^2 + 1$ <p>دترمینان ماتریس ضرایب به ازای هر مقدار <math>a</math> بزرگتر از صفر است لذا برای هر مقدار <math>a</math> دستگاه جواب دارد.</p>
۶	<p>گزینه ب (۰/۵)</p> <p>سه تا عدد فرد را با هم در یک خانه قرار می دهیم که ۳! جایگشت دارند سپس دو تا عدد زوج را به ۲! جایگشت قرار می دهیم. در پایان خانه عدد های فرد در سه جای مختلف می تواند قرار بگیرد:</p>
۷	<p>الف) شکل ۵ (۰/۵)</p> <p>گزاره الف یک تابع متناوب است که در کتاب درسی با یک تابع سینوسی مدل سازی شده است.</p>
	ادامه پاسخنامه در صفحه ی دوم
۷	<p>ب) شکل ۴ (۰/۵)</p> <p>گزاره ب وارون یک تابع نمایی صعودی است که در کتاب درسی با یک تابع لگاریتمی مدلسازی شده است.</p>
۸	خیر - (۰/۲۵)

	زیرا باید نصف مجموع بزرگترین و کوچکترین آنها برابر عدد دیگر شود:													
۱	$f(4) - 3f(2) = -2 \rightarrow a^2 - 3a = -2 \quad (./25) \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 1 & (./25) \\ a_2 = 2 & \text{ق} (./25) \end{cases}$ $b-1=2 \rightarrow b=3 \quad (./25)$	۹												
	<p>الف) تابع <math>f</math> را ابتدا یک واحد به راست می‌بریم از آن جذر می‌گیریم و تابع حاصل را در پایان یک واحد بالا می‌بریم:</p> <p>ب) منظور محاسبه <math>m</math> به صورتی است که دامنه تابع کل اعداد حقیقی باشد. با توجه به تابع کسری و تابع رادیکالی باید داخل رادیکال مثبت باشد:</p> $x^2 - (m-1)x + 4 > 0 \quad (./25)$ <p>در این نامعادله باید:</p> $\begin{cases} \Delta < 0 & (./25) \\ a = 1 > 0 & (./25) \end{cases}$ <p>پس:</p> $(m-1)^2 - 4(1)(4) < 0 \rightarrow m^2 - 2m - 15 < 0$ <p>و این نامعادله را تعیین علامت حل می‌کنیم: (./5)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; text-align: center;"><math>-3</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;"><math>5</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>m^2 - 2m - 15</math></td> <td style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; text-align: center;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; text-align: center;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;">+</td> </tr> </table> <p><math>\rightarrow m \in (-3, 5) \quad (./25)</math></p> <p>ج) <math>x &lt; 0 \rightarrow \sqrt{(x-1)^2} = \left  \overset{&lt;}{x-1} \right  = 1-x</math>  <span style="margin-left: 100px;">(./25)</span> <span style="margin-left: 100px;">(./25)</span></p>	$x$	$-3$	$5$	$m^2 - 2m - 15$	+	-		+	+	۱۰			
$x$	$-3$	$5$												
$m^2 - 2m - 15$	+	-												
	+	+												
	ادامه پاسخنامه در صفحه سوم													
	<p>ابتدا دامنه را حساب می‌کنیم:</p> $\log_{\frac{1}{9}}(x^2-1) = \log_{\frac{1}{9}}(x-1) \rightarrow (x^2-1) = 9(x-1)x =$ <p>ا) (./5)</p> <p>ب) (./5)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; text-align: center;"><math>-2</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;"><math>-1</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;"><math>0</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;"><math>1</math></td> <td style="text-align: center;"><math>2</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>y = 2^x</math></td> <td style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; text-align: center;"><math>\frac{1}{4}</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;"><math>\frac{1}{2}</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;"><math>1</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;"><math>2</math></td> <td style="text-align: center;"><math>4</math></td> </tr> </table> <p>ج) <math>2^{0/8} \approx 1/9 \quad (./5) \quad (./5)</math></p> <div style="text-align: right; margin-top: 20px;">  </div>	$x$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$y = 2^x$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$1$	$2$	$4$	۱۱
$x$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$									
$y = 2^x$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$1$	$2$	$4$									

	<p>الف) <math>l = r\theta \rightarrow 6 = 3\theta \Rightarrow \theta = 2</math> رادیان <math>(\cdot/5) = 2 \times \frac{360}{\pi} \approx 115</math> درجه <math>(\cdot/5)</math></p> <p>ب) <math>\tan \theta = -1 \rightarrow \theta = (-45</math> درجه) یا <math>(135</math> درجه) <math>(\cdot/5)</math></p> <p>ج) <math>T = 3\pi = \left  \frac{2\pi}{b} \right  \rightarrow b = \begin{cases} b = \frac{2}{3} \rightarrow a = 2 &amp; (\cdot/5) \\ b = -\frac{2}{3} \rightarrow a = -2 &amp; (\cdot/5) \end{cases}</math></p> <p>د) <math>(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1 \xrightarrow{\text{زاویه ربعدر سوم}} \cos \theta = \frac{-2}{\sqrt{5}} (\cdot/5) \rightarrow \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{2} (\cdot/5)</math></p> <p>ه) مساحت را از دو روش محاسبه می کنیم و با هم مساوی قرار می دهیم:</p> <p>مساحت <math>= \frac{1}{2} b \times b = \frac{1}{2} b^2 = \frac{1}{4} ac</math></p> <p>مساحت <math>= \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{4} ac (\cdot/5 \text{ نمره}) \rightarrow \sin B = \frac{1}{2} \rightarrow B = 30</math> درجه <math>(\cdot/5)</math></p>	۱۲
	<p>الف) <math>A + B = \begin{bmatrix} -1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{bmatrix} (\cdot/5)</math></p> <p>ب) <math>-1 - (-1) = 0 (\cdot/5)</math></p> <p>ج) <math>\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 &amp; -2 \\ 2 &amp; -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 &amp; 1 \\ -2 &amp; 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>(\cdot/5)(\cdot/5) \qquad (\cdot/5)</math></p>	۱۳
	<p>الف) <math>n! = 2 \times 3 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times (2 \times 2 \times 2) = 8! \rightarrow n = 8 (\cdot/5)</math></p> <p style="text-align: center;"><math>\binom{8-2}{6} = 1 (\cdot/5)</math></p> <p>ب) <math>\binom{9}{3} - \binom{5}{3} (\cdot/5 \text{ نمره}) = 84 (\cdot/5)</math></p> <p>ج) هشت حرف متفاوت داریم پس: <math>8 \times 8 \times 8 = 8^3 (\cdot/5)</math></p>	۱۴
جمع نمرات ۲۰	مهدی رضایی کهخا	