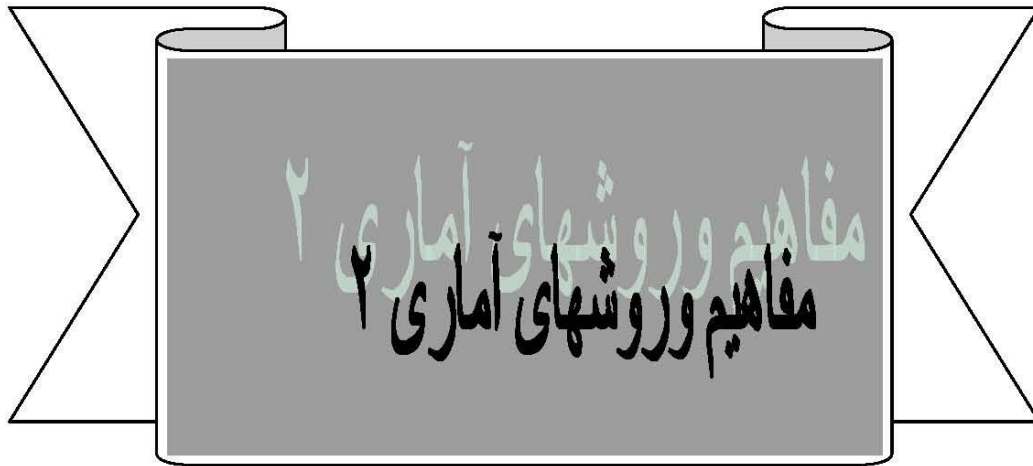


به نام خدا

حل تمرین:



شاخه: فنی و حرفه ای (گروه تحصیلی اداری مالی)

رشته: حسابداری بازرگانی

کد کتاب: ۴۶۹/۸



صفحه	عنوان
۳	فصل اول : آنالیز ترکیبی
۵	فصل دوم : احتمال
۹	فصل سوم : همبستگی
۱۴	فصل چهارم : سریهای زمانی
۲۰	فصل پنجم : اعدادشاخص
۲۵	نمونه تست
۲۶	پاسخنامه

## فصل اول

### آنالیز ترکیبی

۱- اگر عمل A را به m طریق مختلف و عمل B را به n طریق مختلف بتوان انجام داد، آنگاه A یا B را به m+n طریق می توان انجام داد. مثال: اگر دانش آموزی بخواهد از بین ۴ کتاب تست آمار و ۳ کتاب تست ریاضی، یک کتاب را انتخاب کند، انتخاب او از بین ۳+۴ یعنی از بین ۷ کتاب خواهد بود.

اگر عمل A را به m طریق مختلف و عمل B را به n طریق مختلف بتوان انجام داد، آنگاه A و B را به m×n طریق میتوان انجام داد. مثال: اگر این دانش آموز بخواهد از بین ۴ کتاب تست آمار و ۳ کتاب تست ریاضی، یک کتاب ریاضی و یک کتاب آمار را انتخاب کند، میتواند به ۳×۴ طریق یعنی ۱۲ طریق این انتخاب را انجام دهد.

۲- حاصلضرب اعداد صحیح و مثبت ۱، ۲، ۳، ...، n، n فاکتوریل n گوییم و با نماد n! نشان میدهیم.

۳-  $1! = 1$  بدیهی می باشد.

$$P_n = n!$$

اثبات  $0! = 1$ :

$$P_n = P_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} \Rightarrow n! = \frac{n!}{0!} \Rightarrow \boxed{0! = 1}$$

تبدیل، حالت خاصی از ترتیب است

$$-4 \quad \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 360$$

$$-5 \quad \frac{10!}{12!} = \frac{1}{132} \quad \text{(الف)}$$

$$\text{ج) } \frac{a!}{(a-2)!} = \frac{a(a-1)(a-2)!}{(a-2)!} = a(a-1)$$

$$\text{د) } \frac{(a+2)!}{(a-2)!} = \frac{(a+2)(a+1)(a)(a-1)(a-2)!}{(a-2)!} = (a+2)(a+1)(a)(a-1)$$

$$\text{و) } \frac{(n+1)!}{n!} = \frac{(n+1)n!}{n!} = n+1$$

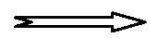
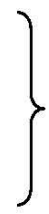
$$\text{(الف) } 7! = 5040 \quad -6$$

$$\text{ب) } C_7^4 \times C_3^3 = 35 \times 1 = 35 \quad \text{یا} \quad C_7^3 \times C_4^4 = 35 \times 1 = 35$$

$$\text{(الف) } 5 \times 5 \times 5 = 125 \quad -7$$

$$\text{ب) } 5 \times 5 \times 1 = 25$$

$$C_n^n = \frac{n!}{n!(n-n)!} = \frac{n!}{n!} = 1$$

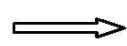


$$C_n^n = C_n^0$$

(١)

$$C_n^0 = \frac{n!}{0!(n-0)!} = \frac{n!}{1 \times n!} = 1$$

$$C_n^r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$



$$C_n^r = \frac{P_n^r}{r!}$$

(٢)

$$\frac{P_n^r}{r!} = \frac{(n-r)!}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

الف)  $C_{15}^4 = \frac{15!}{4!(15-4)!} = 1365$

-٩

ب)  $C_{10}^2 \times C_5^2 = \frac{10!}{2!(10-2)!} \times \frac{5!}{2!(5-2)!} = 450$

$$C_{10}^8 = \frac{10!}{8!(10-8)!} = 45$$

-١٠

$$(6-1)! = 120$$

-١١

$$5! \times 4! = 120 \times 24 = 2880$$

-١٢

$$P_n^{n-1} = \frac{n!}{(n-n+1)!} = n!$$

-١٣

$$P_5^x = x \times P_5^{x-1} \Rightarrow \frac{5!}{(5-x)!} = x \times \frac{5!}{(5-x+1)!} \Rightarrow x \times (5-x)! = (5-x+1)(5-x)! \Rightarrow x = 5-x+1$$

-١٤

$$2x = 6 \Rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$C_8^4 \times C_{10}^8 = \frac{8!}{4!(8-4)!} \times \frac{10!}{8!(10-8)!} = 3150$$

-١٥

$$P_n = \frac{n!}{r_1! \times r_2! \times \dots \times r_k!} = \frac{8!}{2!} = 20160$$

-١٦

$$P_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = 720 \quad -17$$

$$P_n = \frac{7!}{3! \times 2! \times 2!} = 210 \quad -18$$

۱۹- با فرض با تکرار بودن

$$26 \times 26 \times 9 \times 10 \times 10 \times 10 = 26^2 \times 9 \times 10^3$$

$$(7-1)! = 6! \quad -20$$

احتمال (اندازه گیری مقدار شانس)



۱- اجتماع دو مجموعه A و B مجموعه ای است که عناصر آن یا به A تعلق دارد یا به B تعلق دارد یا به هر دو، و با نماد  $A \cup B$  نشان داده می شود.

۲- اشتراک A و B مجموعه ای است که عناصر آن هم به A تعلق دارد هم به B نشان داده میشود  $A \cap B$  و با نماد

۳- مجموعه تهی یعنی مجموعه بدون عضو، و با نماد  $\emptyset$  نشان داده میشود.

۴- هر نوع فرایند یا تحقیق عملی که حاصل آن داده های آماری باشد، آزمایش نامیده می شود. آزمایشها به طور کلی دو نوعند:

الف) آزمایش تجربی: نتیجه آن از قبل مشخص است و به تجربه برای ما ثابت شده استمانند آزمایش تجزیه آب که با یقین می توان گفت نتیجه تجزیه آب، هیدروژن و اکسیژن است.

ب) آزمایش تصادفی: نتیجه آن از قبل معلوم نیست و در تکرارهای مختلف نتایج متفاوتی حاصل میشود مثل پرتاب سکه.

۵- مجموعه نتایج ممکن و متمایز یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه ای گوئیم و با S نشان داده می شود.

اگر تعداد عضوهای یک فضای نمونه ای به گونه ای باشد که بتوان عددی را به تعداد عناصر فضای نمونه ای نسبت داد

فضا را متناهی (محدود) می نامیم، مانند نتایج ممکن در آزمایش یک بار پرتاب سکه:  $S = \{H, T\}$

چنانچه نتوان عددی را به تعداد عناصر فضای نمونه ای نسبت داد، فضا را فضای نمونه ای نامتناهی (نامحدود) می نامیم

مثلا اگر سکه ای را آنقدر بریزید تا سرانجام روی سکه ظاهر شود فضای نمونه ای از نوع نامحدود می باشد،

زیرا معلوم نیست که در چندمین نوبت، روی سکه ظاهر خواهد شد:  $S = \{H, TH, TTH, TTTH, \dots\}$

۶- هر زیرمجموعه از فضای نمونه ای S را یک پیشامد گوئیم. پیشامدهای A و B را ناسازگار گوئیم، هرگاه:

توانند همزمان رخ دهند، مانند آمدن همزمان روی سکه و پشت سکه به طور همزمان در پرتاب یک سکه یک بار. دو پیشامد را سازگار گوئیم، هرگاه: بتوانند همزمان رخ دهند، مثلاً یک دانش‌آموز همزمان می‌تواند رشته حسابداری و سال دوم باشد. بنابراین سال دوم بودن و رشته حسابداری بودن دو پیشامد سازگارند.

۷- **برداشت اول:** (نظریه لاپلاس) در این نظریه اگر آزمائش دارای  $n$  برآمد باشد شانس آمدن هر یک از برآمدها مساوی و برابر  $\frac{1}{n}$  خواهند بود. که به دلیل برابر بودن شانس برآمدها، مدل احتمال یکنواخت نیز نامیده می‌شود.

چنین برداشتی از احتمال را «احتمال کلاسیک» نامیده اند. مثلاً: (احتمال آمدن روی سکه = احتمال آمدن پشت سکه) **برداشت دوم:** مطابق این برداشت از احتمال تعداد کل موفقیتهای و تعداد کل پیشامدها از قبل مشخص نیست و بر اساس مشاهده نمونه ای معلوم خواهد شد. برآمدها هم شانس نیستند و باید از طریق تجربه احتمال را محاسبه کرد. چنین برداشتی «احتمال تجربی - کلاسیک» نامیده می‌شود. مانند: (احتمال استفاده کردن دانشجویان سلف سرویس) **برداشت سوم:** مطابق این برداشت نیز برآمدها هم شانس نیستند، اما محاسبه احتمال در این برداشت بر اساس تجربیات گذشته نیست بلکه فقط بر اساس شرایط و به صورت ذهنی و شخصی محاسبه می‌شود. مانند: (احتمال موفقیت کالای جدید در بازار) چنین برداشتی را «احتمال ذهنی - شخصی» نامیده اند. برداشتهای دوم و سوم به دلیل برابر نبودن شانس برآمدها مدل احتمال غیر یکنواخت نامیده می‌شوند.

۸- **اصل اول:** احتمال رخ دادن هر برآمد در هر فضای نمونه ای، یک عدد غیر منفی و بین صفر و یک است.

$$1 \geq P \geq 0$$

**اصل دوم:** مجموع احتمالاتی رخ دادن تمامی برآمدهای فضای نمونه ای  $S$ ، مساوی یک خواهد بود:

$$S = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$$

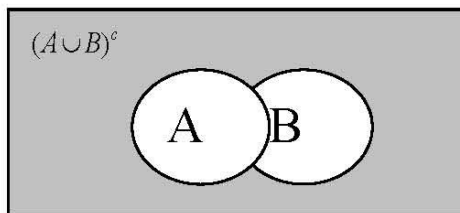
$$P_{(S)} = P_{(e_1)} + P_{(e_2)} + \dots + P_{(e_n)} = 1$$

**اصل سوم:** احتمال رخ دادن هر پیشامد مشخص (مانند  $A$ ) برابر است با مجموع احتمالاتی رخ دادن برآمدهایی

$$A = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$$

$$P_{(A)} = P_{(e_1)} + P_{(e_2)} + P_{(e_3)} + \dots + P_{(e_n)}$$

که پیشامد مورد نظر را تشکیل می‌دهد.



۹-

$$\begin{array}{l}
 P = \text{احتمال برنده شدن حامد} \\
 2P = \text{احتمال برنده شدن محمود} \\
 4P = \text{احتمال برنده شدن احمد}
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 P + 2P + 4P = 1 \Rightarrow P = \frac{1}{7} \quad \text{سهم حامد} \\
 2P = \frac{2}{7} \quad \text{سهم محمود} \\
 4P = \frac{4}{7} \quad \text{سهم احمد}
 \end{array}
 \quad -10$$

$$\begin{array}{l}
 P(H) = 2P(T) \\
 P(A) + P(A^c) = 1 \\
 P(H) + P(T) = 1
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 2P(T) + P(T) = 1 \Rightarrow 3P(T) = 1 \Rightarrow P(T) = \frac{1}{3} \\
 P(H) = 2P(T) \Rightarrow P(H) = \frac{2}{3}
 \end{array}
 \quad -11$$

احتمال اینکه در یک بار پرتاب رو بیاید.

$$\text{احتمال (هر دوبار روی سکه بیاید)} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

-12  $6 + 4 = 10$  تعداد کل بیمه نامه ها

$$\text{الف) } P(\text{هر سه بیمه اتومبیل}) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{4}{\frac{10!}{3! \times 7!}} = \frac{1}{30}$$

$$\text{ب) } P(\text{دوتا بیمه آتش سوزی}) = \frac{C_6^2 \times C_4^1}{C_{10}^3} = \frac{15 \times 4}{120} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ج) } P(\text{حداقل یکی از نوع بیمه اتومبیل}) = \frac{C_4^1 \times C_6^2}{C_{10}^3} + \frac{C_4^2 \times C_6^1}{C_{10}^3} + \frac{C_4^3 \times C_6^0}{C_{10}^3} = \frac{4 \times 15 + 6 \times 6 + 4 \times 1}{120} = \frac{100}{120} = \frac{5}{6}$$

$$\text{د) } P(\text{حداکثر 2 بیمه نامه از نوع آتش سوزی}) = \frac{C_6^1 \times C_4^2}{C_{10}^3} + \frac{C_6^2 \times C_4^1}{C_{10}^3} + \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{5}{6}$$

قسمت دال و جیم یک معنی می دهند و حاصل دال هم  $\frac{5}{6}$  است.

-13 جمع اولیها = 100    جمع دومیها = 55    جمع سومیها = 60    جمع چهارمیها = 35    جمع کل = 250

جمع رشته تجربی = 68    جمع رشته ریاضی = 40    جمع رشته حسابداری = 67    جمع رشته بازرگانی = 75

$$\text{الف) } P(\text{کلاس سوم}) = \frac{60}{250} = \frac{6}{25}$$

$$\text{ب) } P(\text{کلاس سوم نباشد}) = 1 - \frac{6}{25} = \frac{19}{25}$$

$$\text{ج) } P(\text{اول یا دوم}) = \frac{100}{250} + \frac{55}{250} = \frac{155}{250} = \frac{31}{50}$$

$$d) p(\text{حسابداری و کلاس سوم}) = \frac{10}{250} = \frac{1}{25}$$

$$ه) P(\text{حسابداری یا کلاس دوم}) = P(\text{دوم}) + P(\text{حسابداری}) - P(\text{دوم و حسابداری}) = \frac{67}{250} + \frac{55}{250} - \frac{15}{250} = \frac{107}{250}$$

$$و) P(\text{بازرگانی به شرط اول بودن}) = P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{40}{250}}{\frac{100}{250}} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

ز) شرط استقلال:  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$       A: چهارم بودن      B: حسابداری بودن

$$P(\text{حسابداری و چهارم}) = P(A \cap B) = \frac{12}{250}$$

$$P(\text{چهارم}) = P(A) = \frac{35}{250} = \frac{7}{50}$$

$$P(\text{حسابداری}) = P(B) = \frac{67}{250}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{50} \times \frac{67}{250} = \frac{469}{12500} \neq \frac{12}{250} \Rightarrow$$

مستقل نیستند.

$$\text{الف) } P(\text{متفاوت بودن}) = \frac{C_{68}^1 \times C_{40}^1 \times C_{67}^1 \times C_{75}^1}{C_{250}^4} = \dots \quad -14$$

$$\text{ب) } P(\text{هر چهار نفر از یک رشته}) = \frac{C_{68}^4 + C_{40}^4 + C_{67}^4 + C_{75}^4}{C_{250}^4} = \dots$$

$$P(\text{آمار}) = 70\%$$

$$P(\text{ریاضی}) = 40\%$$

$$P(\text{آمار و ریاضی}) = 30\%$$

$$\text{الف) } P(\text{آمار یا ریاضی}) = 70\% + 40\% - 30\% = 80\% \quad -15$$

$\Rightarrow$

$$\text{ب) } P(\text{هیچکدام}) = 1 - 80\% = 20\%$$

$$\text{الف) } P(\text{هر دو مسئله را حل کنند}) = \frac{2}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15} \quad -16$$

$$\text{ب) } p(\text{مسئله حل شود}) = \left(\frac{2}{9} \times \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{7}{9}\right) + \left(\frac{2}{9} \times \frac{3}{5}\right) = \frac{31}{45}$$

$$\text{ج) } P(\text{فقط یکی حل شود}) = \left(\frac{2}{9} \times \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{7}{9}\right) = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$$



۱۷-

نفر ۴۰  $\Rightarrow$  شهرستانی ۲۵ ، تهرانی ۱۵ : کلاس A

نفر ۶۰  $\Rightarrow$  شهرستانی ۴۰ ، تهرانی ۲۰ : کلاس B

$$P(\text{الف}) = \frac{15}{40} \times \frac{4}{60} = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{ب}) = \frac{25}{40} \times \frac{40}{60} = \frac{5}{12}$$

$$P(\text{ج}) = \left(\frac{15}{40} \times \frac{20}{60}\right) + \left(\frac{25}{40} \times \frac{40}{60}\right) = \frac{13}{24}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\Pi \left(\frac{R}{2}\right)^2}{\Pi R^2} = \frac{1}{4} \quad \text{۱۸-}$$

$$P(A) = \frac{\Pi R^2}{a \times b} = \frac{\Pi \times 10^2}{20 \times 25} = \frac{\Pi}{5} \quad \text{۱۹-}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C) \quad \text{۲۰-}$$

$$= P(A \cup B \cup C) = 0.1 + 0.3 + 0.3 - 0 - 0 - 0 - 0 = 0.7$$

### همبستگی متغیرها و ضریب همبستگی



۱- همبستگی خصیصه ای است بین دو یا چند متغیر به نحوی که تغییر در یکی از متغیرها، تغییری قابل پیش بینی در متغیر یا متغیرهای دیگر را به دنبال داشته باشد.

۲- همبستگی را می توان نوعی رابطه کمی (مقداری) تعریف کرد که ممکن است بین متغیرهای مختلف وجود داشته باشد.

۳- تصادفی بودن همبستگی - تا ثیر یک عامل شناخته شده - مساله علیت .

۴- انواع آن : همبستگی مستقیم و همبستگی معکوس.

**همبستگی مستقیم:** در همبستگی مستقیم بین دو متغیر x و y هر دو متغیر در یک جهت افزایش یا کاهش می یابند یعنی با افزایش x مقدار y هم افزایش خواهد یافت و با کاهش x مقدار y نیز افزوده خواهد شد. مثال: همبستگی مستقیم بین قد و وزن افراد، که با افزایش قد معمولاً وزن نیز افزایش می یابد.

**همبستگی معکوس:** در همبستگی معکوس  $x$  و  $y$  این دو متغیر در جهت خلاف هم افزایش یا کاهش خواهند داشت  
 مثال: همبستگی معکوس بین ساعات مطالعه دانش آموزان و نمرات امتحانات آنان.

۵- همبستگی کامل و همبستگی ناقص.

**همبستگی کامل:** هر گاه هر تغییر در  $x$  تغییر متناسبی در  $Y$  به همراه داشته باشد همبستگی کامل (صد درصد) است.  
 مثال: رابطه بین قطر دایره و اندازه محیط آن.

**همبستگی ناقص:** اگر همبستگی بین  $x$  و  $y$  کمتر از صد درصد باشد، همبستگی راناقص گوئیم. مثال همبستگی بین قد و وزن دانش آموزان.

۶-

نوع همبستگی: مستقیم

درجه همبستگی: ناقص

۷-

$$\bar{y} = \frac{70}{5} = 14 \quad \text{و} \quad \bar{x} = \frac{40}{5} = 8$$

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{[\sum (x_i - \bar{x})^2][\sum (y_i - \bar{y})^2]}} = \frac{41}{\sqrt{70 \times 38}} = \frac{41}{51/58} \approx 0.79 \Rightarrow \boxed{r = 0.79}$$

$x_i$	$y_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
۴	۱۰	-۴	-۴	۱۶	۱۶	۱۶
۶	۱۲	-۲	-۲	۴	۴	۴
۷	۱۴	-۱	۰	۱	۰	۰
۸	۱۷	۰	۳	۰	۹	۰
۱۵	۱۷	۷	۳	۴۹	۹	۲۱
۴۰	۷۰	۰	۰	۷۰	۳۸	۴۱

$$d_f = n - 2 = 5 - 2 = 3$$

آزمون معنی دار بودن:

چون در ردیف سوم عدد کوچکتر از  $0.79$  وجود ندارد، بنابراین همبستگی معنی دار نیست.

$$\bar{x} = \frac{103}{10} = 10.3 \quad \text{و} \quad \bar{y} = \frac{190}{10} = 19$$

-٨

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{\left[\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right] \left[\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}\right]}}$$

$$= \frac{2292 - \frac{103 \times 190}{10}}{\sqrt{\left[1315 - \frac{(103)^2}{10}\right] \left[4070 - \frac{(190)^2}{10}\right]}} = \frac{2292 - 1957}{\sqrt{[1315 - 106.9][4070 - 3610]}} = \frac{335}{\sqrt{254.1 \times 460}} = \frac{335}{341.88} \approx 0.98 =$$

$x_i$	$y_i$	$x_i y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$
٥	١٢	٦٠	٢٥	١٤٤
٦	١٤	٨٤	٣٦	١٩٦
٧	١٥	١٠٥	٤٩	٢٢٥
١٠	١٨	١٨٠	١٠٠	٣٢٤
٤	١٠	٤٠	١٦	١٠٠
١٥	٢٥	٣٧٥	٢٢٥	٦٢٥
٢٠	٣٠	٦٠٠	٤٠٠	٩٠٠
١٢	٢٠	٢٤٠	١٤٤	٤٠٠
١٦	٣٠	٤٨٠	٢٥٦	٩٠٠
٨	١٦	١٢٨	٦٤	٢٥٦
١٠٣	١٩٠	٢٢٩٢	١٣١٥	٤٠٧٠

$$r = 0.98$$

$$\text{ضرب تعين} = r^2 = (0.98)^2 = 0.9604$$

$$y = ax + b \quad a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{532.52}{3237.48} \approx 0.16 \Rightarrow$$

$$a = ٠.١٦$$

-٩

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 14.75 - (0.16)(66.25) = 4.15 \Rightarrow$$

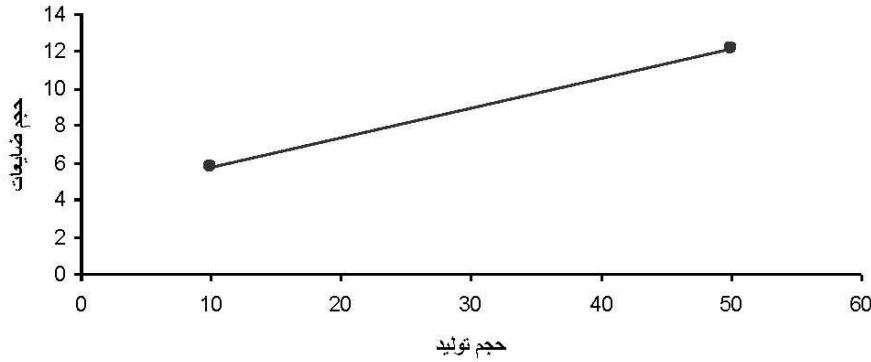
$$b = ٤.١٥$$

$x_i$	$y_i$	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$
٥٠	١٢	-١٦/٢٥	-٢/٧٥	٤٤/٦٩	٢٦٤/٠٦
٧٠	١٦	٣/٧٥	١/٢٥	٤/٦٩	١٤/٠٦
٦٠	١٤	-٦/٢٥	-٠/٧٥	٤/٦٩	٣٩/٠٦
٤٠	١٠	-٢٦/٢٥	-٤/٧٥	١٢٤/٦٩	٦٨٩/٠٦
١٠٠	٢٠	٣٣/٧٥	٥/٢٥	١٧٧/١٩	١١٣٩/٠٦
٩٠	١٨	٢٣/٧٥	٣/٢٥	٧٧/١٩	٥٦٤/٠٦
٧٥	١٧	٨/٧٥	٢/٢٥	١٩/٦٩	٧٦/٥٦
٤٥	١١	-٢١/٢٥	-٣/٧٥	٧٩/٦٩	٤٥١/٥٦
٥٣٠	١١٨	.	.	$SP_{xy} = ٥٣٢/٥٢$	$SS_x = ٣٢٣٧/٤٨$

$$\bar{y} = \frac{118}{8} = 14.75$$

$$\bar{x} = \frac{530}{8} = 66.25$$

خط رگرسیون



$$y = 0.16x + 4.15$$

$$x = 50 \Rightarrow y = 12.5$$

$$x = 10 \Rightarrow y = 5.75$$

$$r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_X \times SS_Y}} = \frac{-120}{\sqrt{144 \times 100}} = -1 \Rightarrow$$

۱۰- همبستگی کامل و معکوس

۱۱-

$x_i$	$y_i$	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
۲	-۲	-۲	۴	-۸
۳	-۴	-۱	۲	-۲
۴	-۶	۰	۰	۰
۵	-۸	۱	-۲	-۲
۶	-۱۰	۲	-۴	-۸
۲۰	-۳۰	۰	۰	$SP_{xy} = -۲۰$

$$\bar{x} = \frac{20}{5} = 4 \quad \text{و} \quad \bar{y} = \frac{-30}{5} = -6 \quad COV_{(x,y)} = \frac{SP_{xy}}{n} = \frac{-20}{5} = -4 \Rightarrow$$

همبستگی خطی معکوس است

۱۲-

$x_i$	$y_i$	$x_i y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$
۱۰	۱	۱۰	۱۰۰	۱	-۶	-۰/۴	۲/۴	۳۶
۱۲	۱/۲	۱۴/۴	۱۴۴	۱/۴۴	-۴	-۰/۲	۰/۸	۱۶
۱۴	۱/۳	۱۸/۳	۱۹۶	۱/۶۹	-۲	-۰/۱	۰/۲	۴
۲۰	۱/۵	۳۰	۴۰۰	۲/۲۵	۴	۰/۱	۰/۴	۱۶
۲۴	۲	۴۸	۵۷۶	۴	۸	۰/۶	۴/۸	۶۴
۸۰	۷	۱۲۰/۶	۱۴۱۶	۱۰/۳۸	۰	۰	۸/۶	۱۳۶

$$\bar{y} = \frac{7}{5} = 1.4 \quad \text{و} \quad \bar{x} = \frac{80}{5} = 16$$

$$r = \frac{120.6 - \frac{80 \times 7}{5}}{\sqrt{\left[1416 - \frac{(80)^2}{5}\right] \left[10.38 - \frac{7^2}{5}\right]}} = \frac{120.6 - 112}{\sqrt{[1416 - 1280][10.38 - 9.8]}} = \frac{8.6}{\sqrt{78.88}} = \frac{8.6}{8.88} \approx 0.97$$

(ب)

$$d_f = 5 - 2 = 3$$

باتوجه به اینکه اولین عدد کوچکتر از ۰/۹۷ مربوط به سطر سوم مربوط به ستون عدم اطمینان ۰/۰۱ است، (۰/۹۵۸۷) بنابراین با ۰/۰۱ عدم اطمینان و ۰/۹۹ اطمینان می توان گفت بین آنها همبستگی معنا دار وجود دارد.

$$\text{ضریب تعیین} = r^2 = (0.97)^2 \approx 0.94 \quad (\text{ج})$$

$$y = ax + b \quad a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{8.6}{136} \approx 0.06 \Rightarrow \boxed{a = 0.06} \quad (\text{د})$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 1.4 - 0.06(16) = 0.44 \Rightarrow \boxed{b = 0.44}$$

معادله خط رگرسیون:  $y = 0.06x + 0.44$

$$y = 3 \Rightarrow 3 = 0.06x + 0.44 \Rightarrow 2.56 = 0.06x \Rightarrow x = 42.66$$

اگر قیمت خودکار ۳۰۰ تومان باشد، ۴۲/۶۶ ساعت دوام خواهد داشت.

-۱۳

$x_i$	$y_i$	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$
۳۰	۳	-۲۰	-۲/۸	۵۶	۴۰۰
۴۰	۵	-۱۰	-۰/۸	۸	۱۰۰
۵۰	۵/۵	۰	-۰/۳	۰	۰
۶۰	۷	۱۰	۱/۲	۱۲	۱۰۰
۷۰	۸/۵	۲۰	۲/۷	۵۶	۴۰۰
۲۵۰	۲۹	۰	۰	۱۳۰	۱۰۰۰

$$y = ax + b$$

$$a = \frac{SP_{xy}}{SS_x} = \frac{130}{1000} = 0.13 \Rightarrow \boxed{a = 0.13} \quad b = \bar{y} - a\bar{x} = 5.8 - 0.13(50) = -0.7 \Rightarrow \boxed{b = -0.7}$$

معادله خط رگرسیون =  $y = 0.13x - 0.7$

$$x = 100 \Rightarrow y = 0.13(100) - 0.7 = 12.3 \quad \boxed{y = 12.3}$$

$\bar{x}_A = \frac{80}{5} = 16$  و  $\bar{y}_A = \frac{70}{5} = 14$  : ۱۴- کلاس A

$x_A$	$y_A$	$x_A - \bar{x}_A$	$y_A - \bar{y}_A$	$(x_A - \bar{x}_A)(y_A - \bar{y}_A)$	$(x_A - \bar{x}_A)^2$	$(y_A - \bar{y}_A)^2$
۱۴	۱۲	-۲	-۲	۴	۴	۴
۱۶	۱۴	۰	۰	۰	۰	۰
۱۵	۱۳	-۱	-۱	۱	۱	۱
۱۷	۱۶	۱	۲	۲	۱	۴
۱۸	۱۵	۲	۱	۲	۴	۱
۸۰	۷۰	۰	۰	۹	۱۰	۱۰

$$r_A = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \times SS_y}} = \frac{9}{\sqrt{10 \times 10}} = 0.9 \Rightarrow r_A = 0.9$$

$$\Rightarrow r_A^2 = 0.81 : \text{ضریب تعیین کلاس A}$$

$\bar{x}_B = \frac{90}{5} = 18$  و  $\bar{y}_B = \frac{80}{5} = 16$  : کلاس B

$x_B$	$y_B$	$x_B - \bar{x}_B$	$y_B - \bar{y}_B$	$(x_B - \bar{x}_B)(y_B - \bar{y}_B)$	$(x_B - \bar{x}_B)^2$	$(y_B - \bar{y}_B)^2$
۱۷	۱۴	-۱	-۲	۲	۱	۴
۱۸	۱۴	۰	-۲	۰	۰	۴
۲۰	۱۹	۲	۳	۶	۴	۹
۱۶	۱۶	-۲	۰	۰	۴	۰
۱۹	۱۷	۱	۱	۱	۱	۱
۹۰	۸۰	۰	۰	۹	۱۰	۱۸

$$r_B = \frac{9}{\sqrt{10 \times 18}} = \frac{9}{13.41} \approx 0.67 \Rightarrow r_B = 0.67 \Rightarrow r_B^2 = 0.49$$

ضریب تعیین کلاس B

$$\frac{r_A}{r_B} = \frac{0.81}{0.49} = 1.8$$

سریهای زمانی

فصل چهارم

۱- واژه سری به معنای ردیف و کلمه زمانی به معنای نسبت داده شده به زمان است و اصطلاح «سریهای زمانی» به معنای داده‌هائی است که با نظمی مشخص در طی زمان تغییر می‌کنند

۲- رخدادهای متوالی و منظم یک پدیده را در طول یک دوره معین از زمان سری زمانی گویند. این مبحث می تواند کمک مفیدی به سازمانهای مالی، صنعتی، اقتصادی و تجاری بکشد. مثلاً یک متخصص امور مالی، با شناخت درآمد شرکتیهای تجاری در سالهای آینده می تواند سطح درآمد مالیاتی دولت در آن سالها را پیش بینی کند.

۳- الف) **گرایشهای درازمدت** : به آن دسته از عوامل گویند که در تمام طول دوره فعالیت یک سری زمانی، به صورت منظم و پیوسته وجود دارد و باید مورد بررسی قرار گیرد. مانند تغییرات ایجاد شده در رشد جمعیت.

ب) **تغییرات فصلی** : تغییراتی را که به طور منظم و متوالی در فواصلی از یک سال اتفاق می افتند، غیرات فصلی گویند. مانند فصل آغاز مدارس.

ج) **تغییرات ادواری** : تغییراتی را که نشاندهنده افزایش و کاهش متناوب یک فعالیت تجاری - اقتصادی به طور مداوم و منظم باشند، تغییرات ادواری گویند. مانند دوره رونق اقتصادی.

د) **تغییرات ناگهانی** : تغییراتی هستند که به صورتی کاملاً تصادفی و غیر منتظره اتفاق می افتند. به همین دلیل این عامل غا لباً به طور دقیق قابل پیش بینی نیست. این عامل می تواند ناشی از رفتار انسان باشمانند: جنگ، اعتصاب، زلزله یا اینکه ناشی از عوامل طبیعی باشد، مانند سیل، زلزله، ...

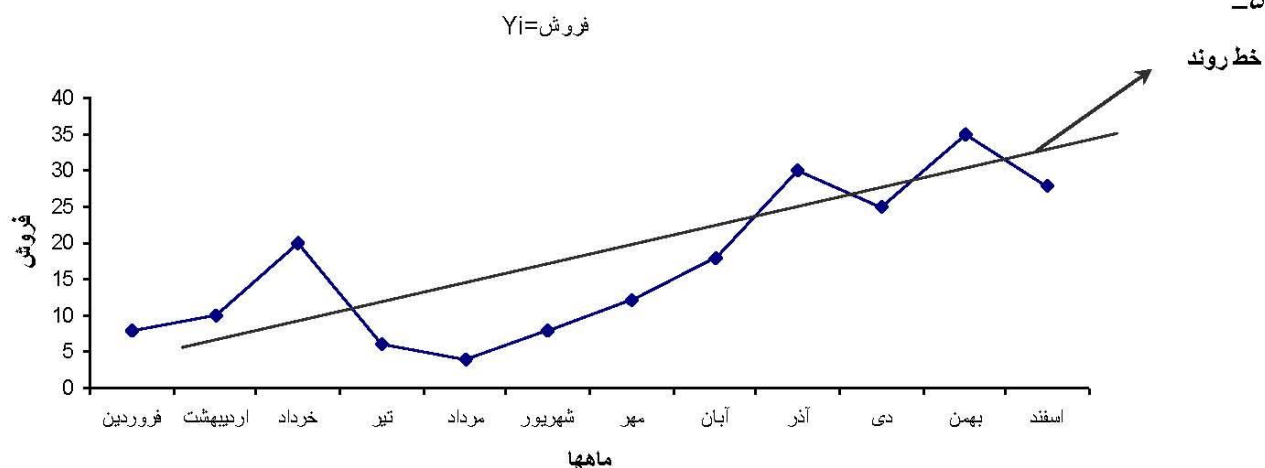
۴- الف) **روش رسم آزاد** : در این روش، پس از رسم نمودار حرکات سریهای زمانی، به طور تقریبی یک خط مستقیم روی نمودار به گونه ای رسم می کنیم که خط مزبور شیب کلی نمودار را نشان دهد.

ب) **روش میانگین های مضاعف** : در این روش، پس از رسم نمودار حرکات سری زمانی، مقادیر سری زمانی را به دو بخش مساوی تقسیم کرده، میانگین هر بخش را روی زمان متناظرش نقطه یابی می کنیم سپس نقاط حاصل به هم وصل می نماییم.

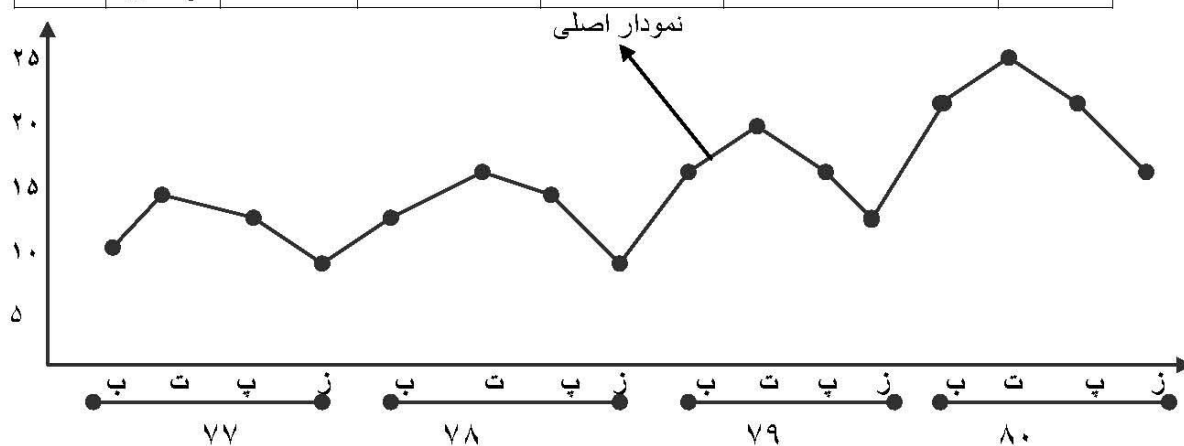
ج) **روش میانگین های متحرک** : در این روش، پس رسم نمودار حرکات سری زمانی، ابتدا میانگین های متحرک می تواند اعداد ۳، ۵، ۷، ... باشد. را محاسبه کرده و سپس این میانگین ها را در مقابل وسط دو دورهای (K) زمانی که برای آن دوره انتخاب شده اند، قرار میدهم. حال نقاط متناظر را در جدول مختصات تعیین و به هم وصل می کنیم.

د) **روش کمترین مربعات** : دقیقترین روش برای رسم خط روند است که در آن از معادله خط رگرسیون به صورت  $y = ax + b$  استفاده می شود.

۵-



سالها	فصول	تولید $y_i =$	مجموع متحرک ۴ فصل	مجموع متحرک ۸ فصل	میانگین متحرک ( $T_i$ )	نقاط
۷۷	بهار	۱۰	۴۴	۹۰	$90 \div 8 = 11.25$	A
	تابستان	۱۴				
	پائیز	۱۲				
	زمستان	۸				
۷۸	بهار	۱۲	۴۸	۹۸	$98 \div 8 = 12.25$	C
	تابستان	۱۶	۵۰	۱۰۲	$102 \div 8 = 12.75$	D
	پائیز	۱۴	۵۲	۱۱۱	$111 \div 8 = 13.87$	E
	زمستان	۱۰	۵۹	۱۲۳	$123 \div 8 = 15.37$	F
۷۹	بهار	۱۹	۶۴	۱۳۲	$132 \div 8 = 16.5$	G
	تابستان	۲۱	۶۸	۱۳۸	$138 \div 8 = 17.25$	H
	پائیز	۱۸	۷۰	۱۴۳	$143 \div 8 = 17.87$	L
	زمستان	۱۲	۷۳	۱۵۰	$150 \div 8 = 18.75$	M
۸۰	بهار	۲۲	۷۷	۱۵۶	$156 \div 8 = 19.5$	N
	تابستان	۲۵	۷۹	۱۶۲	$162 \div 8 = 20.25$	O
	پائیز	۲۰	۸۳			
	زمستان	۱۶				

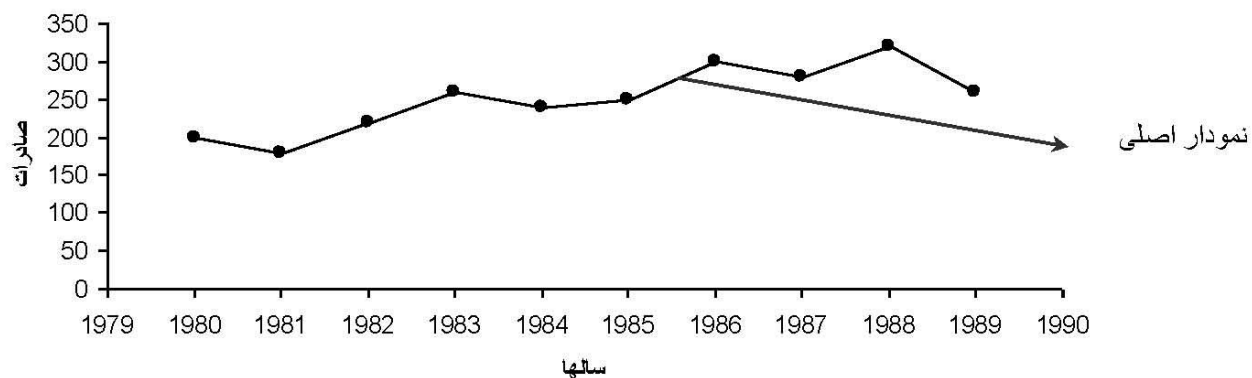


میانگین مضاعف

میانگین متحرک

کمترین مربعات

صادرات در ۰۱ سال گذشته





الف) روش میانگین مضاعف :

سالها	صادرات	جمع هر بخش	میانگین مضاعف	نقاط
۸۰	۲۰۰			
۸۱	۱۸۰			
۸۲	۲۲۰	۱۱۰۰	$۱۱۰۰ \div ۵ = ۲۲۰$	A
۸۳	۲۶۰			
۸۴	۲۴۰			
۸۵	۲۵۰			
۸۶	۳۰۰			
۸۷	۲۸۰	۱۴۱۰	$۱۴۱۰ \div ۵ = ۲۸۲$	B
۸۸	۳۲۰			
۸۹	۲۶۰			

ب) روش میانگین متحرک :

سالها	۸۰	۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹
$y_i$	۲۰۰	۱۸۰	۲۲۰	۲۶۰	۲۴۰	۲۵۰	۳۰۰	۲۸۰	۳۲۰	۲۶۰
مجموع متحرک ۳ سال		۶۰۰	۶۶۰	۷۲۰	۷۵۰	۷۹۰	۸۳۰	۹۰۰	۸۶۰	
میانگین متحرک		۲۰۰	۲۲۰	۲۴۰	۲۵۰	۲۶۳	۲۷۷	۳۰۰	۲۸۷	
نقاط		A'	B'	C'	D'	E'	F'	G'	H'	

$$a = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{1950}{330} = 5.91$$

$$b = \bar{y} = \frac{2510}{10} = 251$$

ج) روش کمترین مربعات:

$$y' = 5.91x + 251$$

سالها	$y_i$	$x_i$	$x_i y_i$	$x_i^2$	$y' = 5.91x + 251$	نقاط
۸۰	۲۰۰	-۹	-۱۸۰۰	۸۱	$۵/۹۱(-۹Y') + ۲۵۱ = ۱۹۷/۸۱$	A''
۸۱	۱۸۰	-۷	-۱۲۶۰	۴۹	$۵/۹۱(-۷) + ۲۵۱ = ۲۰۹/۶۳ Y' =$	B''
۸۲	۲۲۰	-۵	-۱۱۰۰	۲۵	$Y' = ۵/۹۱(-۵) + ۲۵۱ = ۲۲۱/۴۵$	C''
۸۳	۲۶۰	-۳	-۷۸۰	۹	$۵/۹۱(-۳) + ۲۵۱ = ۲۳۳/۲۷ Y' =$	D''
۸۴	۲۴۰	-۱	-۲۴۰	۱	$۵/۹۱(-۱) + ۲۵۱ = ۲۴۵/۰۹ Y' =$	E''
۸۵	۲۵۰	۱	۲۵۰	۱	$Y' = ۵/۹۱(۱) + ۲۵۱ = ۲۵۶/۹۱$	F''
۸۶	۳۰۰	۳	۹۰۰	۹	$Y' = ۵/۹۱(۳) + ۲۵۱ = ۲۶۸/۷۳$	G''
۸۷	۲۸۰	۵	۱۴۰۰	۲۵	$۵/۹۱(۵) + ۲۵۱ = ۲۸۰/۵۵ Y' =$	H''
۸۸	۳۲۰	۷	۲۲۴۰	۴۹	$۵/۹۱(۷) + ۲۵۱ = ۲۹۲/۳۷ Y' =$	M''
۸۹	۲۶۰	۹	۲۳۴۰	۸۱	$۵/۹۱(۹) + ۲۵۱ = ۳۰۴/۱۹ Y' =$	N''
	۲۵۱۰	۰	۱۹۵۰	۳۳۰		

$$\bar{y} = \frac{9100}{5} = 1820 \quad \bar{x} = \frac{10}{5} = 2 \quad \text{و}$$

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{5 \times 99000 - 10 \times 9100}{5 \times 30 - (10)^2} = \frac{99000 - 91000}{150 - 100} = \frac{8000}{50} = 160 \Rightarrow a = 160$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 1820 - 160 \times 2 = 1500 \Rightarrow b = 1500$$

$$y' = ax + b \Rightarrow$$

$$y' = 160x + 1500$$

سالها	$y_i$	$x_i$	$x_i y_i$	$x_i^2$	$y' = 160x + 1500$
۶۸	۱۵۰۰	۰	۰	۰	$y' = 160(0) + 1500 = 1500$
۶۹	۱۸۰۰	۱	۱۸۰	۱	$y' = 160(1) + 1500 = 1660$
۷۰	۱۶۰۰	۲	۳۲۰۰	۴	$y' = 160(2) + 1500 = 1820$
۷۱	۲۰۰۰	۳	۶۰۰۰	۹	$y' = 160(3) + 1500 = 1980$
۷۲	۲۲۰۰	۴	۸۸۰۰	۱۶	$y' = 160(4) + 1500 = 2140$
۹۱۰۰	۱۰	۱۹۸۰۰	۳۰		

منظور از پیش بینی ، پیش بینی روی خط روند است:

$$y' (\text{سال } ۷۳) = ۱۶۰(۵) + ۱۵۰۰ = ۲۳۰۰$$

$$y' (\text{سال } ۷۴) = ۱۶۰(۶) + ۱۵۰۰ = ۱۴۶۰$$

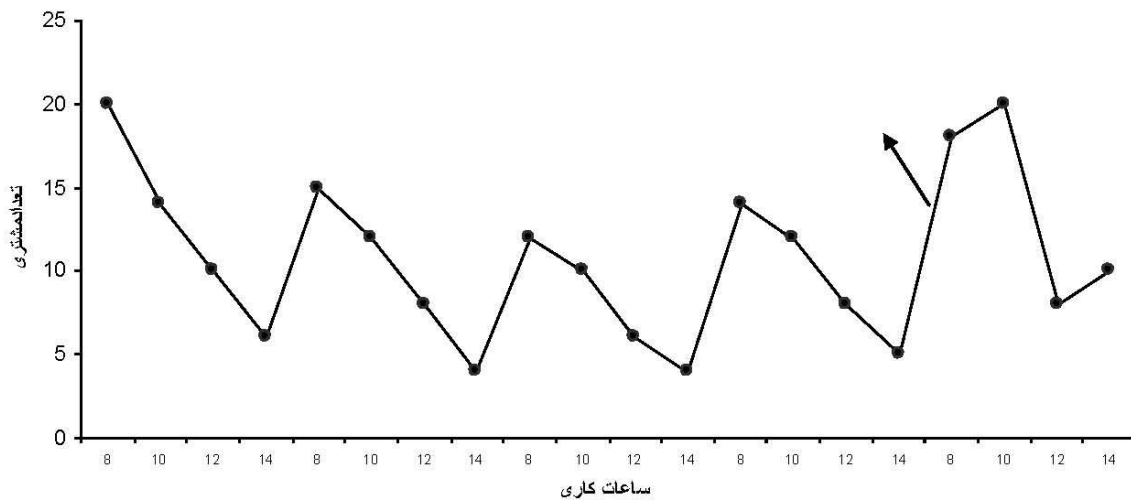
$$y' (\text{سال } ۷۵) = ۱۶۰(۷) + ۱۵۰۰ = ۲۶۲۰$$



سالها	۶۸	۶۹	۷۰	۷۱	۷۲
$y_i$	۱۵۰۰	۱۸۰۰	۱۶۰۰	۲۰۰۰	۲۲۰۰
مجموع متحرک ۳ ساله		۴۹۰۰	۵۴۰۰	۵۸۰۰	
میانگین متحرک		۱۶۳۳	۱۸۰۰	۱۹۳۳	
نقاط		A	B	C	

روزها	ساعت	تعداد مشتری $y_i$	مجموع متحرک مشتریان	دومین مجموع متحرک	میانگین متحرک $T_i$	نقاط
شنبه	۸	۲۰				
	۱۰	۱۴				
	۱۲	۱۰	۵۰	۹۵	$95 \div 8 = 11.875$	A
	۱۴	۶	۴۵	۸۸	$88 \div 8 = 11$	B
یکشنبه	۸	۱۵	۴۳	۸۴	$84 \div 8 = 10.5$	C
	۱۰	۱۲	۴۱	۸۰	$80 \div 8 = 10$	D
	۱۲	۸	۳۹	۷۵	$75 \div 8 = 9.375$	E
	۱۴	۴	۳۶	۷۰	$70 \div 8 = 8.75$	F
دوشنبه	۸	۱۲	۳۲	۶۶	$66 \div 8 = 8.25$	G
	۱۰	۱۰	۳۲	۶۴	$64 \div 8 = 8$	H
	۱۲	۶	۳۴	۶۶	$66 \div 8 = 8.25$	L
	۱۴	۴	۳۶	۷۰	$70 \div 8 = 8.75$	M
سه شنبه	۸	۱۴	۳۸	۷۴	$74 \div 8 = 9.25$	N
	۱۰	۱۲	۳۹	۷۷	$77 \div 8 = 9.625$	I
	۱۲	۸	۴۳	۸۲	$82 \div 8 = 10.25$	P
	۱۴	۵		۹۴	$94 \div 8 = 11.75$	Q
چهارشنبه	۸	۱۸		۱۰۲	$102 \div 8 = 12.75$	I
	۱۰	۲۰	۵۱	۱۰۷	$107 \div 8 = 13.375$	R
	۱۲	۸	۵۱			
	۱۴	۱۰	۵۶			

تعداد مشتری در ساعات مختلف 5 روز کاری



۱- واژه شاخص به معنای وسیله تشخیص می باشد.

۲- عددشاخص عددی است که به وسیله آن تغییرات ایجاد شده در یک پویلمر فاصله دوزمان مختلف (یا دو مکان مختلف) تشخیص می دهیم .

۳- می توان گفت که شاخص عددی است که برای اندازه گیری و سنجش تغییرات عوامل مختلف در فواصل زمانی (یادر فواصل مکانی) به کار می رود.

۴- با محاسبه اعدادشاخص بسادگی می توان هزینه های زندگی ، میزان تولید محصولات کشاورزی یا صنعتی ، مقدار صادرات و واردات، حقوق و دستمزد، قیمت کالاها و خدمات مصرفی، قدرت خرید پول و سایر پدیده های اقتصادی و مالی را در دوزمان مختلف ( یادو مکان مختلف ) با همدیگر مقایسه کرده و تغییرات ایجاد شده را بررسی کرد.

۵- الف) بررسی تغییرات احتمالی در زمانهای آینده. ب) بررسی تغییرات یک یا چند پدیده در دو زمان مختلف.

ج) بررسی تغییرات یک یا چند پدیده در دو مکان مختلف. د) شناخت ارزش واقعی اعداد و ارقام.

ه) محرمانه نگهداشتن اطلاعات اقتصادی یا سیاسی ازرقباً. ر) بیان کلی اطلاعات وکنار گذاشتن جزئیات امر.

ی) استفاده از اعداد شاخص در تجزیه و تحلیل های آماری نظیر شاخصهای مرکزی و انحرافات ( پراکندگی ها) و رسم نمودارهای آماری در فعالیت سازمانها...

۶- الف) حتی الامکان بیشترین اطلاعات را در بر داشته باشد.

ب) زمان پایه مناسب انتخاب شده باشد.

ج) ضرایب لازم در محاسبه اعدادشاخص به کار گرفته شده باشند.

د) هدف اصلی محاسبه عدد شاخص ، مشخص باشد تا استفاده کنندگان از شاخص گمراه نشوند.

۷- الف) شاخص قیمتها از طریق درصد ساده مجموع :

$$P_{on} = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} \times 100$$

سال	۷۸	۷۹	۸۰
محصول			
الف	۱۲۰	۱۴۰	۱۰۰
ب	۸۰	۱۰۰	۶۰
ج	۱۰۰	۱۲۰	۹۰
د	۵۰	۷۰	۴۵
	$\sum P_0 = 350$	$\sum P_1 = 430$	$\sum P_2 = 295$

$$P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100 = \frac{430}{350} \times 100 \approx 122.8$$

شاخص قیمت‌های سال ۷۹ نسبت به سال ۷۸

$$P_{02} = \frac{\sum P_2}{\sum P_0} \times 100 = \frac{295}{350} \times 100 \approx 84.2$$

شاخص قیمت‌های سال ۸۰ نسبت به سال ۷۸

(ب) شاخص مقادیر از طریق میانگین ساده نسبتها:

$$Q_{0n} = \frac{\sum \left( \frac{Q_n}{Q_0} \times 100 \right)}{n}$$

محصول	۷۸	۷۹	۸۰	۷۸ و ۷۹	۷۸ و ۸۰
	$Q_0$	$Q_1$	$Q_2$	$\frac{Q_1}{Q_0} \times 100$	$\frac{Q_2}{Q_0} \times 100$
الف	۲۰۰	۲۵۰	۱۴۰	$\frac{250}{400} \times 100 = 125$	$\frac{140}{200} \times 100 = 70$
ب	۴۰۰	۵۰۰	۲۵۰	$\frac{500}{400} \times 100 = 125$	$\frac{250}{400} \times 100 = 62.5$
ج	۱۰۰	۱۵۰	۸۰	$\frac{150}{100} \times 100 = 150$	$\frac{80}{100} \times 100 = 80$
د	۵۰۰	۶۰۰	۴۰۰	$\frac{600}{500} \times 100 = 120$	$\frac{400}{500} \times 100 = 80$
				$\sum \left( \frac{Q_1}{Q_0} \times 100 \right) = 520$	$\sum \left( \frac{Q_2}{Q_0} \times 100 \right) = 292.5$

$$Q_{01} = \frac{\sum \left( \frac{Q_1}{Q_0} \times 100 \right)}{n} = \frac{520}{4} = 130$$

شاخص مقادیر سال ۷۹ نسبت به سال ۷۸

$$Q_{02} = \frac{\sum \left( \frac{Q_2}{Q_0} \times 100 \right)}{n} = \frac{292.5}{4} \approx 73.12$$

شاخص مقادیر سال ۸۰ نسبت به سال ۷۹

$$P_{0n} = \frac{\sum P_n Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

۸- الف) شاخص قیمت‌ها:

$$Q_{0n} = \frac{\sum Q_n P_0}{\sum Q_0 P_0} \times 100$$

(ب) شاخص مقادیر:

$P_0 Q_0$	$P_1 Q_0$	$P_2 Q_0$	$Q_0 P_0$	$Q_1 P_0$	$Q_2 P_0$
۲۴۰۰۰	۲۸۰۰۰	۲۰۰۰۰	۲۴۰۰۰	۳۰۰۰۰	۱۶۸۰۰
۳۲۰۰۰	۴۰۰۰۰	۲۴۰۰۰	۳۲۰۰۰	۴۰۰۰۰	۲۰۰۰۰
۱۰۰۰۰	۱۲۰۰۰	۹۰۰۰	۱۰۰۰۰	۱۵۰۰۰	۸۰۰۰
۲۵۰۰۰	۳۵۰۰۰	۲۲۵۰۰	۲۵۰۰۰	۳۰۰۰۰	۲۰۰۰۰
$\sum P_0 Q_0 = 91000$	$\sum P_1 Q_0 = 115000$	$\sum P_2 Q_0 = 75500$	$\sum Q_0 P_0 = 91000$	$\sum Q_1 P_0 = 115000$	$\sum Q_2 P_0 = 64800$

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100 = \frac{115000}{91000} \times 100 \approx 126.3$$

شاخص قیمت‌های سال ۷۹ نسبت به سال ۷۸

$$P_{02} = \frac{\sum P_2 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100 = \frac{75500}{91000} \times 100 \approx 82.9$$

شاخص قیمت‌های سال ۸۰ نسبت به سال ۷۸

$$Q_{01} = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0} \times 100 = \frac{115000}{91000} \times 100 \approx 126.3$$

شاخص مقادیر سال ۷۹ نسبت به سال ۷۸

$$Q_{02} = \frac{\sum Q_2 P_0}{\sum Q_0 P_0} \times 100 = \frac{64800}{91000} \times 100 \approx 71.2$$

شاخص مقادیر سال ۷۹ نسبت به سال ۷۸

-۹

۷۶ و ۷۷	۷۷ و ۷۸	۷۸ و ۷۹	۷۹ و ۸۰
$\frac{Q_2}{Q_1} \times 100$	$\frac{Q_2}{Q_1} \times 100$	$\frac{Q_3}{Q_2} \times 100$	$\frac{Q_4}{Q_3} \times 100$
$\frac{25}{20} \times 100 = 125$	$\frac{18}{25} \times 100 = 72$	$\frac{30}{18} \times 100 = 166.6$	$\frac{10}{30} \times 100 = 33.3$
$\frac{65}{50} \times 100 = 130$	$\frac{42}{65} \times 100 = 64.6$	$\frac{60}{42} \times 100 = 142.8$	$\frac{40}{60} \times 100 = 66.6$
$\frac{15}{10} \times 100 = 150$	$\frac{8}{15} \times 100 = 53.3$	$\frac{15}{8} \times 100 = 187.5$	$\frac{6}{15} \times 100 = 40$
$\frac{125}{120} \times 100 = 104.1$	$\frac{120}{125} \times 100 = 96$	$\frac{145}{120} \times 100 = 120.8$	$\frac{74}{145} \times 100 = 51.03$
$\sum (\frac{Q_2}{Q_1} \times 100) = 509.9$	$\sum (\frac{Q_2}{Q_1} \times 100) = 285.9$	$\sum (\frac{Q_3}{Q_2} \times 100) = 617.7$	$\sum (\frac{Q_4}{Q_3} \times 100) = 190.93$

$$Q_{01} = \frac{\sum (\frac{Q_1}{Q_0} \times 100)}{n} = \frac{509.1}{4} \approx 127.27$$

شاخص مقادیر سال ۷۷ نسبت به سال ۷۶

$$Q_{12} = \frac{\sum (\frac{Q_2}{Q_1} \times 100)}{n} = \frac{285.9}{4} \approx 71.47$$

شاخص مقادیر سال ۷۸ نسبت به سال ۷۷

$$Q_{23} = \frac{\sum (\frac{Q_3}{Q_2} \times 100)}{n} = \frac{617.7}{4} \approx 154.42$$

شاخص مقادیر سال ۷۹ نسبت به سال ۷۸

$$Q_{34} = \frac{\sum (\frac{Q_4}{Q_3} \times 100)}{n} = \frac{190.93}{4} \approx 47.73$$

شاخص مقادیر سال ۸۰ نسبت به سال ۷۹

شاخص مقادیر



$$P_{010} = \frac{30}{25} \times 100 = 120 \quad -10$$

$$Q_{0n} = \frac{\sum Q_n P_n}{\sum Q_0 P_0} \times 100 \quad -11$$

$Q_0$	$Q_1$	$Q_2$	$P_1$	$P_2$	$Q_1 P_1$	$Q_0 P_1$	$Q_2 P_2$	$Q_0 P_2$
10	12	20	8	15	96	80	300	150
20	24	25	10	20	240	200	500	400
100	120	140	20	20	2400	2000	2800	2000
50	60	80	10	12	600	500	960	600
					$\sum Q_1 P_1 = 3336$	$\sum Q_0 P_1 = 2780$	$\sum Q_2 P_2 = 4560$	$\sum Q_0 P_2 = 3150$

$$Q_{01} = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_0 P_1} \times 100 = \frac{3336}{2780} \times 100 = 120 \quad 20\% \text{ افزایش داشته}$$

$$Q_{02} = \frac{\sum Q_2 P_2}{\sum Q_0 P_2} \times 100 = \frac{4560}{3150} \times 100 \approx 145 \quad 45\% \text{ افزایش داشته است.}$$

$$P_{0n} = \frac{\sum \left( \frac{P_n}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0 \right)}{\sum P_0 Q_0}$$

- ۱۲

$P_0 Q_0$	$\frac{P_1}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0$	$\frac{P_2}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0$
۲۰۰	$\frac{25}{20} \times 100 \times 200 = 25000$	$\frac{18}{20} \times 100 \times 200 = 18000$
۲۰۰	$\frac{60}{40} \times 100 \times 200 = 30000$	$\frac{30}{40} \times 100 \times 200 = 15000$
۴۰۰	$\frac{140}{100} \times 100 \times 400 = 56000$	$\frac{75}{100} \times 100 \times 400 = 30000$
۲۰۰	$\frac{12}{10} \times 100 \times 200 = 24000$	$\frac{7.5}{10} \times 100 \times 200 = 15000$
$\sum P_0 Q_0 = 1000$	$\sum \left( \frac{P_1}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0 \right) = 135000$	$\sum \left( \frac{P_2}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0 \right) = 78000$

$$P_{01} = \frac{\sum \left( \frac{P_1}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0 \right)}{\sum P_0 Q_0} = \frac{135000}{1000} = 135$$

شاخص قیمت‌های سال ۷۹ نسبت به سال ۷۸

$$P_{02} = \frac{\sum \left( \frac{P_2}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0 \right)}{\sum P_0 Q_0} = \frac{78000}{1000} = 78$$

شاخص قیمت‌های سال ۸۰ نسبت به سال ۷۸