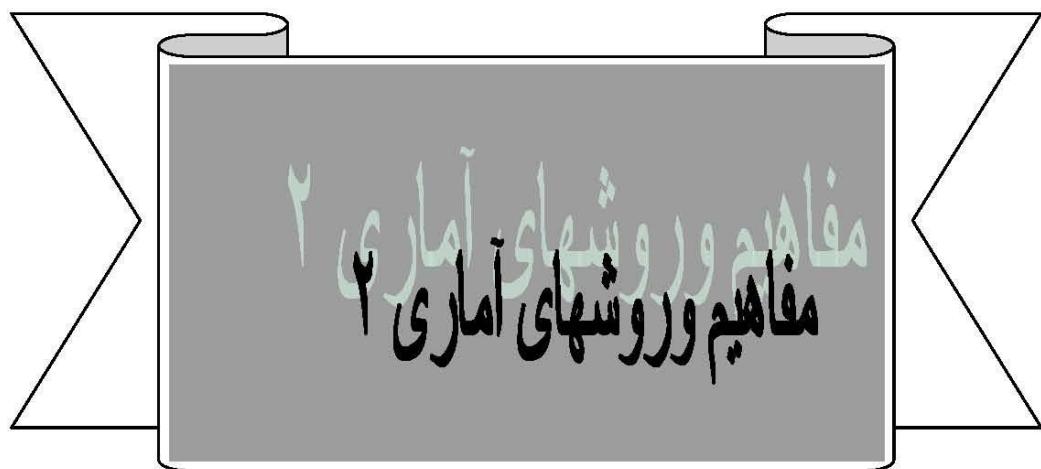


به نام خدا

حل تمرین:



شاخه: فنی و حرفه‌ای (گروه تحصیلی اداری مالی)

رشته: حسابداری بازرگانی

کد کتاب: ۴۶۹/۸



صفحه	عنوان
۳	فصل اول : آنالیز ترکیبی
۵	فصل دوم : احتمال
۹	فصل سوم : همبستگی
۱۴	فصل چهارم : سریهای زمانی
۲۰	فصل پنجم : اعدادشاخص
۲۵	نمونه تست
۲۶	پاسخنامه

فصل اول

۱- اگر عمل A را به m طریق مختلف و عمل B را به n طریق مختلف بتوان نجام داد، آنگاه $A \times B$ را به $m+n$ طریق می‌توان انجام داد. مثال: اگر دانش آموزی بخواهد از بین ۴ کتاب تست آمار و ۳ کتاب تست ریاضی، یک کتاب را انتخاب کند، انتخاب او از بین $4+3=7$ کتاب خواهد بود.

اگر عمل A را به m طریق مختلف و عمل B را به n طریق مختلف بتوان انجام داد، آنگاه $A \times B$ را به $m \times n$ طریق می‌توان انجام داد. مثال: اگر این دانش آموز بخواهد از بین ۴ کتاب تست آمار و ۳ کتاب تست ریاضی، یک کتاب ریاضی و یک کتاب آمار را انتخاب کند، می‌تواند به $4 \times 3 = 12$ طریق یعنی ۱۲ طریق این انتخاب را انجام دهد.

۲- حاصلضرب اعداد صحیح و مثبت $1, 2, 3, \dots, n$ را فاکتوریل n گوئیم و بانماد n نشان میدهیم.

$$3- 1! = 1 \quad \text{بدیهی می باشد.}$$

$$Pn = n!$$

اثبات $1! = 1$:

$$Pn = P_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} \Rightarrow n! = \frac{n!}{0!} \Rightarrow 1! = 1$$

تبديل، حالت خاصی از ترتیب است

$$4- \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 360$$

$$5- \text{(ب)} \quad \frac{5!8!}{7!10!} = \frac{1}{3780} \quad \text{(الف)} \quad \frac{10!}{12!} = \frac{1}{132}$$

$$6- \text{(ج)} \quad \frac{a!}{(a-2)!} = \frac{a(a-1)(a-2)!}{(a-2)!} = a(a-1)$$

$$7- \text{(د)} \quad \frac{(a+2)!}{(a-2)!} = \frac{(a+2)(a+1)(a)(a-1)(a-2)!}{(a-2)!} = (a+2)(a+1)(a)(a-1)$$

$$8- \text{(و)} \quad \frac{(n+1)!}{n!} = \frac{(n+1)n!}{n!} = n+1$$

$$9- \text{(الف)} \quad 7! = 5040$$

$$\text{(ب)} \quad C_7^4 \times C_3^3 = 35 \times 1 = 35 \quad \text{یا} \quad C_7^3 \times C_4^4 = 35 \times 1 = 35$$

$$10- \text{(الف)} \quad 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$\text{(ب)} \quad 5 \times 5 \times 1 = 25$$

$$\left. \begin{array}{l} C_n^n = \frac{n!}{n!(n-n)!} = \frac{n!}{n!} = 1 \\ C_n^0 = \frac{n!}{0!(n-0)!} = \frac{n!}{1 \times n!} = 1 \end{array} \right\} \quad \Rightarrow \quad C_n^n = c_n^0 \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} C_n^r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \\ \frac{p_n^r}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \end{array} \right\} \quad \Rightarrow \quad C_n^r = \frac{p_n^r}{r!} \quad (2)$$

الف) $C_{15}^4 = \frac{15!}{4!(15-4)!} = 1365$ -٩

الـ) $C_{10}^2 \times C_5^2 = \frac{10!}{2!(10-2)!} \times \frac{5!}{2!(5-2)!} = 450$

$C_{10}^8 = \frac{10!}{8!(10-8)!} = 45$ -١٠

$(6-1)! = 120$ -١١

$5! \times 4! = 120 \times 24 = 2880$ -١٢

$P_n^{n-1} = \frac{n!}{(n-n+1)!} = n!$ -١٣

$P_5^x = x \times P_5^{x-1} \Rightarrow \frac{5!}{(5-x)!} = x \times \frac{5!}{(5-x+1)!} \Rightarrow x \times (5-x)! = (5-x+1)(5-x)! \Rightarrow x = 5-x+1$ -١٤

$2x = 6 \Rightarrow \boxed{x = 3}$

$C_8^4 \times C_{10}^8 = \frac{8!}{4!(8-4)!} \times \frac{10!}{8!(10-8)!} = 3150$ -١٥

$P_n = \frac{n!}{r_1! \times r_2! \times \dots \times r_k!} = \frac{8!}{2!} = 20160$ -١٦

$$P_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = 720$$

-۱۷

$$Pn = \frac{7!}{3! \times 2! \times 2!} = 210$$

-۱۸

$$26 \times 26 \times 9 \times 10 \times 10 \times 10 = 26^2 \times 9 \times 10^3$$

-۱۹- بافرضیه تکرار بودن

$$(7-1)! = 6!$$

-۲۰

احتمال (اندازه گیری مقدار شناس)



۱- اجتماع دو مجموعه A و B مجموعه ای است که عناصر آن یا به A تعلق دارد یا به B یا به هردو، و با نماد $A \cup B$ نشان داده می شود.

۲- اشتراک A و B مجموعه ای است که عناصر آن هم به A تعلق دارد هم به B نشان داده می شود $A \cap B$ و با نماد

۳- مجموعه تهی یعنی مجموعه بدون عضو ، و با نماد \emptyset نشان داده می شود.

۴- هرنوع فرایند یا تحقیق عملی که حاصل آن داده های آماری باشد، آزمایش نامیده می شویلزایشها به طور کلی دو نوع دارد:

(الف) آزمایش تجربی: نتیجه آن از قبل مشخص است و به تجربه برای ما ثابت شده است. مثلاً آزمایش تجزیه آب که با یقین می توان گفت نتیجه تجزیه آب، هیدروژن و اکسیژن است.

(ب) آزمایش تصادفی: نتیجه آن از قبل معلوم نیست و در تکرارهای مختلف نتایج متفاوتی حاصل می شوند پرتاب سکه.

۵- مجموعه تابعی ممکن و متمایز یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه ای گوئیم و با S نشان داده می شود.
اگر تعداد عضوهای یک فضای نمونه ای به گونه ای باشد که توان عددی را به تعداد عناصر فضای نمونه ای نسبت داد

فضای متناهی (محدود) می نامیم ، مانند نتایج ممکن در آزمایش یک بار پرتاب سکه :

چنانچه توان عددی را به تعداد عناصر فضای نمونه ای نسبت داد فضای نمونه ای نا متناهی (نامحدود) می نامیم
مثلًا اگر سکه ای را آنقدر برشید تا سرانجام روی سکه ظاهر شوی فضای نمونه ای از نوع نامحدود می باشد،

زیرا معلوم نیست که در چندین نوبت ، روی سکه ظاهر خواهد شد: } ...، TTTH، TTH، TH، H، S {

۶- هر زیرمجموعه از فضای نمونه ای S را یک پیشامد گوئیم . پیشامدهای A و B را ناسازگار گوئیم ، هرگاه:

نتوانند همزمان رخ دهند، مانند آمدن همزمان روی سکه و پشت سکه به طور همزمان در پرتاب یک سکه یک بار. دو پیشامد را سازگار گوئیم، هرگاه: بتوانند همزمان رخ دهند، مثلاً یک دانشآموز همزمان می‌تواند رشته‌حسابداری و سال دوم باشد. بنابراین سال دوم بودن و رشته حسابداری بودن دو پیشامد سازگارند.

۷- برداشت اول: (نظریه لپلاس) در این نظریه اگر آزمایش دارای n برآمد باشد شانس آمدن هر یک از برآمدها مساوی و برابر $\frac{1}{n}$ خواهد بود که به دلیل برابر بودن شانس برآمدها، مدل احتمال یکنواخت نیز نامیده می‌شود.

چنین برداشتی از احتمال را «احتمال کلاسیک» نامیده اند؛ (احتمال آمدن روی سکه = احتمال آمدن پشت سکه) برداشت دوم: مطابق این برداشت از احتمال تعداد کل موقتیها و تعداد کل پیشامدها از قبل مشخص نیستو براساس مشاهده نمونه ای معلوم خواهد شد. برآمدها هم شانس نیستند و باید از طریق تجربه احتمال را محاسبه کرد.

چنین برداشتی «احتمال تجربی - کلاسیک» نامیده می‌شود. مانند: (احتمال استفاده کردن دانشجو از سلف سرویس) برداشت سوم: مطابق این برداشت نیز برآمدها هم شانس نیستند اما محاسبه احتمال در این برداشت بر اساس تجربیات گذشته نیست بلکه فقط براساس شرایط و به صورت ذهنی و شخصی محاسبه می‌شود. مانند: (احتمال موقت کالای جدید در بازار) چنین برداشتی را «احتمال ذهنی - شخصی» نامیده اند.

برداشت‌های دوم و سوم به دلیل برابر نبودن شانس برآمد اینها مدل احتمال غیر یکنواخت نامیده می‌شوند.

۸- اصل اول: احتمال رخ دادن هر برآمد در هر فضای نمونه ای، یک عدد غیر منفی و بین صفر و یک است.

$$0 \leq P \leq 1$$

اصل دوم: مجموع احتمالهای رخ دادن تمامی برآمدهای فضای نمونه ای S ، مساوی یک خواهد بود:

$$S = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$$

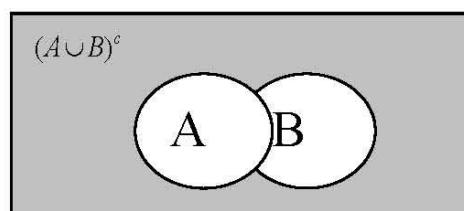
$$P_{(S)} = P_{(e_1)} + P_{(e_2)} + \dots + P_{(e_n)} = 1$$

اصل سوم: احتمال رخ دادن هر پیشامد مشخص مانند A برابر است با مجموع احتمالهای رخ دادن برآمدهای

که پیشامد مورد نظر را تشکیل می‌دهد.

$$A = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$$

$$P_{(A)} = P_{(e_1)} + P_{(e_2)} + P_{(e_3)} + \dots + P_{(e_n)}$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{احتمال برنده شدن حامد} = P \\ \text{احتمال برنده شدن محمود} = 2P \\ \text{احتمال برنده شدن احمد} = 4P \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{ll} P + 2P + 4P = 1 \Rightarrow P = \frac{1}{7} & \text{سهم حامد} \\ 2P = \frac{2}{7} & \text{سهم محمود} \\ 4P = \frac{4}{7} & \text{سهم احمد} \end{array} \quad -10$$

$$\left. \begin{array}{l} P(H) = 2P(T) \\ P(A) + P(A^c) = 1 \\ P(H) + P(T) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{ll} 2P(T) + P(T) = 1 \Rightarrow 3P(T) = 1 \Rightarrow P(T) = \frac{1}{3} & \\ P(H) = 2P(T) \Rightarrow P(H) = \frac{2}{3} & \end{array} \quad -11$$

احتمال اینکه در یک بار پرتاب رو بیاید.

$$(\text{هر دوبار روی سکه بباید}) \text{ احتمال} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

-12 تعداد کل بیمه نامه ها $= 6 + 4 = 10$

$$(\text{هر سه بیمه اتومبیل}) P(\text{الف}) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{4}{10!} = \frac{1}{30}$$

$$(\text{دو تا بیمه آتش سوزی}) P(\text{ب}) = \frac{C_6^2 \times C_4^1}{C_{10}^3} = \frac{15 \times 4}{120} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

$$(\text{حادثه یکی از نوع بیمه اتومبیل}) P(\text{ج}) = \frac{C_4^1 \times C_6^2}{C_{10}^3} + \frac{C_4^2 \times C_6^1}{C_{10}^3} + \frac{C_4^3 \times C_6^0}{C_{10}^3} = \frac{4 \times 15 + 6 \times 6 + 4 \times 1}{120} = \frac{100}{120} = \frac{5}{6}$$

$$(\text{حداکثر ۲ بیمه نامه از نوع آتش سوزی}) P(\text{د}) = \frac{C_6^1 \times C_4^2}{C_{10}^3} + \frac{C_6^2 \times C_4^1}{C_{10}^3} + \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{5}{6}$$

قسمت دال و جیم یک معنی می دهد و حاصل دال هم $\frac{5}{6}$ است.

$$13 - \boxed{\text{جمع اولیها} = 100} \quad \text{جمع دومیها} = 55 \quad \text{جمع چهارمیها} = 35 \quad \text{جمع سومیها} = 60$$

$$\text{جمع رشته تجربی} = 68 \quad \text{جمع رشته ریاضی} = 40 \quad \text{جمع رشته حسابداری} = 67 \quad \text{جمع رشته بازرگانی} = 75$$

$$(\text{کلاس سوم}) P(\text{الف}) = 1 - \frac{6}{25} = \frac{19}{25}$$

$$(\text{اول یادوم}) P(\text{ج}) = \frac{100}{250} + \frac{55}{250} = \frac{155}{250} = \frac{31}{50}$$

$$d) \text{ حسابداری و کلاس سوم} = \frac{10}{250} = \frac{1}{25}$$

$$e) \text{ دوم و حسابداری} = P(\text{حسابداری}) - P(\text{حسابداری} \cap \text{کلاس دوم}) = \frac{67}{250} + \frac{55}{250} - \frac{15}{250} = \frac{107}{250}$$

$$\text{و} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{40}{250}}{\frac{100}{250}} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

بازرگانی بودن اول بودن

ز) شرط استقلال : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$: حسابداری بودن A

$$P(\text{حسابداری و چهارم}) = P(A \cap B) = \frac{12}{250}$$

$$P(\text{چهارم}) = P(A) = \frac{35}{250} = \frac{7}{50}$$

$$P(\text{حسابداری}) = P(B) = \frac{67}{250}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{50} \times \frac{67}{250} = \frac{469}{12500} \neq \frac{12}{250} \Rightarrow \text{مستقل نیستند.}$$

$$f) \text{ متفاوت بودن} = \frac{C_{68}^1 \times C_{40}^1 \times C_{67}^1 \times C_{75}^1}{C_{250}^4} = \dots \quad 14$$

$$g) \text{ هر چهار نفر از یک رشته} = \frac{C_{68}^4 + C_{40}^4 + C_{67}^4 + C_{75}^4}{C_{250}^4} = \dots$$

$$P(\text{آمار}) = 7\%$$

$$P(\text{آمار پاریاضی}) = 7\% + 4\% - 3\% = 8\% \quad 15$$

$$P(\text{ریاضی}) = 4\%$$

$$\Rightarrow$$

$$P(\text{آمار و ریاضی}) = 3\%$$

$$P(\text{هیچکدام}) = 1 - 8\% = 2\%$$

$$h) \text{ هر دو مسئله را حل کنند} = \frac{2}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15} \quad 16$$

$$i) \text{ مسئله حل شود} = \left(\frac{2}{9} \times \frac{2}{5} \right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{7}{9} \right) + \left(\frac{2}{9} \times \frac{3}{5} \right) = \frac{31}{45}$$

$$j) \text{ فقط یکی حل شود} = \left(\frac{2}{9} \times \frac{2}{5} \right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{7}{9} \right) = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$$

نفر ۴۰ \Rightarrow شهرستانی ۲۵ ، تهرانی ۱۵ : کلاس A

نفر ۶۰ \Rightarrow شهرستانی ۴۰ ، تهرانی ۲۰ : کلاس B

$$\text{الف} = \frac{15}{40} \times \frac{4}{60} = \frac{1}{4}$$

$$\text{ب) } = \frac{25}{40} \times \frac{40}{60} = \frac{5}{12}$$

$$\text{ج) } = \left(\frac{15}{40} \times \frac{20}{60} \right) + \left(\frac{25}{40} \times \frac{40}{60} \right) = \frac{13}{24}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\Pi \left(\frac{R}{2}\right)^2}{\Pi R^2} = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = \frac{\Pi R^2}{a \times b} = \frac{\Pi \times 10^2}{20 \times 25} = \frac{\Pi}{5}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C)$$

$$= P(A \cup B \cup C) = 0.1 + 0.3 + 0.3 - 0 - 0 - 0 - 0 = 0.7$$

همبستگی متغیرها و ضریب همبستگی



۱- همبستگی خصیصه ای است بین دو یا چند متغیر به نحوی که تغییر در یکی از متغیرها، تغییری قابل پیش بینی در متغیر یا متغیرهای دیگر را به دنبال داشته باشد.

۲- همبستگی را می توان نوعی رابطه کمی (مقداری) تعریف کرد که ممکن است بین متغیرهای مختلف وجود داشته باشد.

۳- تصادفی بودن همبستگی - تاثیر یک عامل شناخته شده - مساله علیت.

۴- انواع آن : همبستگی مستقیم و همبستگی معکوس.

همبستگی مستقیم: در همبستگی مستقیم بین دو متغیر x و y هر دو متغیر در یک جهت افزایش یا کاهش می یابند یعنی با افزایش x مقدار y هم افزایش خواهد یافت و با کاهش x مقدار y نیز افزوده خواهد شد. مثال: همبستگی مستقیم بین قد و وزن افراد، که با افزایش قد معمولاً وزن نیز افزایش می یابد.

همبستگی معکوس : در همبستگی معکوس x و y این دو متغیر درجهٔ خلاف هم افزایش یا کاهش خواهند داشت
مثال : همبستگی معکوس بین ساعت مطالعه دانش آموزان و نمرات امتحانات آنها .

۵- همبستگی کامل و همبستگی ناقص.

همبستگی کامل : هرگاه هر تغییر در x تغییر متناسبی در y به همراه داشته باشد همبستگی کامل (صد درصد) است.

مثال : رابطه بین قطر دایره و اندازه محیط آن .

همبستگی ناقص : اگر همبستگی بین x و y کمتر از صد درصد باشد ، همبستگی راناقص گوئیم. مثال همبستگی بین قد و وزن دانش آموزان .

-6

نوع همبستگی : مستقیم

درجه همبستگی : ناقص

-7

$$\bar{y} = \frac{70}{5} = 14 \quad \text{و} \quad \bar{x} = \frac{40}{5} = 8$$

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{[\sum (x_i - \bar{x})^2][\sum (y_i - \bar{y})^2]}} = \frac{41}{\sqrt{70 \times 38}} = \frac{41}{\sqrt{51/58}} \approx 0.79 \quad \Rightarrow \quad r = 0.79$$

x_i	y_i	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
۴	۱۰	-۴	-۴	۱۶	۱۶	۱۶
۶	۱۲	-۲	-۲	۴	۴	۴
۷	۱۴	-۱	۰	۱	۰	۰
۸	۱۷	۰	۳	۰	۹	۰
۱۵	۱۷	۷	۳	۴۹	۹	۲۱
۴۰	۷۰	۰	۰	۷۰	۳۸	۰

آزمون معنی دار بودن:
 $d_f = n - 2 = 5 - 2 = 3$

چون در ردیف سوم عدد کوچکتر از 0.79 وجود ندارد ، بنابراین همبستگی معنی دار نیست.

$$\bar{x} = \frac{103}{10} = 10.3 \quad \text{and} \quad \bar{y} = \frac{190}{10} = 19$$

-٨

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{\left[\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right] \left[\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} \right]}}$$

$$\frac{2292 - \frac{103 \times 190}{10}}{\sqrt{\left[1315 - \frac{(103)^2}{10} \right] \left[4070 - \frac{(190)^2}{10} \right]}} = \frac{2292 - 1957}{\sqrt{[1315 - 106.9][4070 - 3610]}} = \frac{335}{\sqrt{254.1 \times 460}} = \frac{335}{341.88} \approx 0.98 =$$

x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
٥	١٢	٦٠	٢٥	١٤٤
٦	١٤	٨٤	٣٦	١٩٦
٧	١٥	١٠٥	٤٩	٢٢٥
٩	١٨	١٨٠	٨١	٣٢٤
٤	١٠	٤٠	١٦	١٠٠
١٥	٢٥	٣٧٥	٢٢٥	٦٢٥
٢٠	٣٠	٦٠٠	٤٠٠	٩٠٠
١٢	٢٠	٢٤٠	١٤٤	٤٠٠
١٦	٣٠	٤٨٠	٢٥٦	٩٠٠
٨	١٦	١٢٨	٦٤	٢٥٦
١٠٣	١٩٠	٢٢٩٢	١٣١٥	٤٠٧٠

$$r = 0.98$$

$$\text{ضریب تعیین} = r^2 = (0.98)^2 = 0.9604$$

$$y = ax + b \quad a = \frac{SP_{xy}}{SS_X} = \frac{532.52}{3237.48} \approx 0.16 \Rightarrow$$

$$a = 0.16$$

-٩

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 14.75 - (0.16)(66.25) = 4.15 \Rightarrow$$

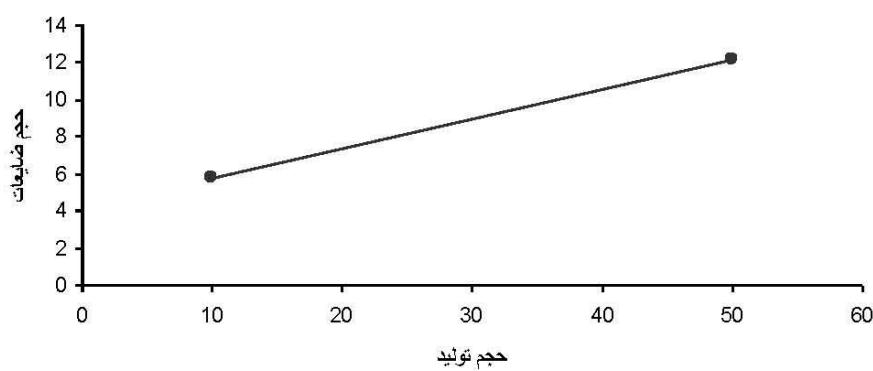
$$b = 4.15$$

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$
٥	١٢	-١٦/٢٥	-٢/٧٥	٤٤/٦٩	٢٦٤/٠٩
٧	١٦	٣/٧٥	١/٢٥	٤/٦٩	١٤/٠٩
٩	١٤	-٩/٢٥	-٤/٧٥	٤/٦٩	٣٩/٠٩
٤	١٠	-٢٦/٢٥	-٤/٧٥	١٢٤/٦٩	٦٨٩/٠٩
١٠	٢٠	٣٣/٧٥	٥/٢٥	١٧٧/٦٩	١١٣٩/٠٩
٩	١٨	٢٣/٧٥	٣/٢٥	٧٧/٦٩	٥٦٤/٠٩
٧٥	١٧	٨/٧٥	٢/٢٥	١٩/٦٩	٧٦/٥٩
٤٥	١١	-٢١/٢٥	-٣/٧٥	٧٩/٦٩	٤٥١/٥٩
٥٣٠	١١٨	*	*	$SP_{XY} = 532/52$	$SS_X = 3237/48$

$$\bar{y} = \frac{118}{8} = 14.75$$

$$\bar{x} = \frac{530}{8} = 66.25$$

خط رگرسیون



$$y = 0.16x + 4.15$$

$$x = 50 \Rightarrow y = 12.5$$

$$x = 10 \Rightarrow y = 5.75$$

۱- همبستگی کامل و معکوس

-۱۱

$$r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_X \times SS_Y}} = \frac{-120}{\sqrt{144 \times 100}} = -1 \Rightarrow$$

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
۲	-۲	-۲	۴	-۸
۳	-۴	-۱	۲	-۲
۴	-۶	۰	۰	۰
۵	-۸	۱	-۲	-۲
۶	-۱۰	۲	-۴	-۸
۲۰	-۳۰	۰	۰	$SP_{xy} = -20$

$$\bar{x} = \frac{20}{5} = 4 \quad \text{و} \quad \bar{y} = \frac{-30}{5} = -6 \quad COV_{(x,y)} = \frac{SP_{xy}}{n} = \frac{-20}{5} = -4 \Rightarrow$$

همبستگی خطی معکوس است

-۱۲

x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$
۱۰	۱	۱۰	۱۰۰	۱	-۹	-۰/۴	۲/۴	۸۱
۱۲	۱/۲	۱۲/۴	۱۴۴	۱/۴۴	-۴	-۰/۲	۰/۸	۱۶
۱۴	۱/۳	۱۸/۲	۱۹۶	۱/۹۹	-۲	-۰/۱	۰/۲	۴
۲۰	۱/۵	۲۰	۴۰۰	۲/۲۵	۴	۰/۱	۰/۴	۱۶
۲۴	۲	۴۸	۵۷۶	۴	۸	۰/۶	۴/۸	۶۴
۸۰	۷	۱۲۰/۶	۱۴۱۶	۱۰/۳۸	۰	۰	۰/۶	۱۳۶

$$\bar{y} = \frac{7}{5} = 1.4 \quad \text{و} \quad \bar{x} = \frac{80}{5} = 16$$

(الف)

$$r = \frac{120.6 - \frac{80 \times 7}{5}}{\sqrt{[1416 - \frac{(80)^2}{5}][10.38 - \frac{7^2}{5}]}} = \frac{120.6 - 112}{\sqrt{[1416 - 1280][10.38 - 9.8]}} = \frac{8.6}{\sqrt{78.88}} = \frac{8.6}{8.88} \approx 0.97$$

(ب)

$$d_f = 5 - 2 = 3$$

باتوجه به اینکه اولین عدد کوچکتر از ۹۷/۰ مربوط به سطر سوم مربوط به ستون عدم اطمینان ۱/۰ است، بنابراین با ۱/۰ عدم اطمینان و ۹۹/۰ اطمینان می‌توان گفت بین آنها همبستگی معنا دار وجود دارد.

$$\text{ضریب تعیین} = r^2 = (0.97)^2 \approx 0.94$$

(ج)

$$y = ax + b \quad a = \frac{SP_{xy}}{SS_X} = \frac{8.6}{136} \approx 0.06 \Rightarrow \boxed{a = 0.06}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 1.4 - 0.06(16) = 0.44 \Rightarrow \boxed{b = 0.44}$$

$$\text{معادله خط رگرسیون: } y = 0.06x + 0.44$$

$$y = 3 \Rightarrow 3 = 0.06x + 0.44 \Rightarrow 2.56 = 0.06x \Rightarrow x = 42.66$$

اگر قیمت خودکار ۳۰۰ تومان باشد، ۴۲/۶۶ ساعت دوام خواهد داشت.

-۱۳

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$
۳۰	۳	-۲۰	-۲/۸	۵۶	۴۰۰
۴۰	۵	-۱۰	-۰/۸	۸	۱۰۰
۵۰	۵/۵	۰	-۰/۳	۰	۰
۶۰	۷	۱۰	۱/۲	۱۲	۱۰۰
۷۰	۸/۵	۲۰	۲/۷	۵۶	۴۰۰
۲۵۰	۲۹	۰	۰	۱۳۰	۱۰۰۰

$$y = a x + b$$

$$a = \frac{SP_{XY}}{SS_X} = \frac{130}{1000} = 0.13 \Rightarrow \boxed{a = 0.13} \quad b = \bar{y} - a\bar{x} = 5.8 - 0.13(50) = -0.7 \Rightarrow \boxed{b = -0.7}$$

معادله خط رگرسیون = $y = 0.13x - 0.7$

$$x = \Rightarrow 100y \Rightarrow 0.13(100) - 0.7 = 12/3 \quad \boxed{y = 12/3}$$

$$\bar{x}_A = \frac{80}{5} = 16 \quad \text{و} \quad \bar{y}_A = \frac{70}{5} = 14$$

: A - کلاس ۱۴

x_A	y_A	$x_A - \bar{x}_A$	$y_A - \bar{y}_A$	$(x_A - \bar{x}_A)(y_A - \bar{y}_A)$	$(x_A - \bar{x}_A)^2$	$(y_A - \bar{y}_A)^2$
۱۴	۱۲	-۲	-۲	۴	۴	۴
۱۶	۱۴	۰	۰	۰	۰	۰
۱۵	۱۳	-۱	-۱	۱	۱	۱
۱۷	۱۶	۱	۲	۲	۱	۴
۱۸	۱۵	۲	۱	۲	۴	۱
۸۰	۷۰	۰	۰	۹	۱۰	۱۰

$$r_A = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \times SS_y}} = \frac{9}{\sqrt{10 \times 10}} = 0.9 \Rightarrow r_A = 0.9$$

ضریب تعیین کلاس A : $r_A^2 = 0.81$

$$\bar{x}_B = \frac{90}{5} = 18 \quad \text{و} \quad \bar{y}_B = \frac{80}{5} = 16$$

: B - کلاس

x_B	y_B	$x_B - \bar{x}_B$	$y_B - \bar{y}_B$	$(x_B - \bar{x}_B)(y_B - \bar{y}_B)$	$(x_B - \bar{x}_B)^2$	$(y_B - \bar{y}_B)^2$
۱۷	۱۴	-۱	-۲	۲	۱	۴
۱۸	۱۴	۰	-۲	۰	۰	۴
۲۰	۱۹	۲	۳	۶	۴	۹
۱۶	۱۶	-۲	۰	۰	۴	۰
۱۹	۱۷	۱	۱	۱	۱	۱
۸۰	۷۰	۰	۰	۹	۱۰	۱۰

$$r_B = \frac{9}{\sqrt{10 \times 18}} = \frac{9}{\sqrt{180}} \approx 0.67 \Rightarrow r_B = 0.67 \Rightarrow r_B^2 = 0.49$$

ضریب تعیین کلاس B



$$\frac{r_A}{r_B} = \frac{0.81}{0.49} = 1.8$$

سریهای زمانی

فصل چهارم

۱- واژه سری به معنای ردیف و کلمه زمانی به معنای نسبت داده شده به زمان است و اصطلاح «سریهای زمانی» به معنای داده ها است که با نظمی مشخص در طی زمان تغییر می کنند

۲- رخدادهای متوالی و منظم یک پدیده را در طول یک دوره معین از زمان سری زمانی گویند. این مبحث می تواند کمک مفیدی به سازمانهای مالی، صنعتی، اقتصادی و تجاری بخشید. مثلاً یک متخصص امور مالی، با شناخت درآمد شرکتهای تجاری در سالهای آینده می تواند سطح درآمد مالیاتی دولت در آن سالها را پیش بینی کند.

۳- **(الف) گرایش‌های درازمدت :** به آن دسته از عوامل گویند که در تمام طول دوره فعالیت یک سری زمانی، به صورت منظم و پیوسته وجود داردو باید مورد بررسی قرار گیرد. مانند تغییرات ایجاد شده در رشد جمعیت.
(ب) تغییرات فصلی : تغییراتی را که به طور منظم و متوالی در فواصلی از یک سال اتفاق می افتد، غیرات فصلی گویند. مانند فصل آغاز مدارس.

(ج) تغییرات ادواری : تغییراتی را که نشاندهنده افزایش و کاهش متناسب یک فعالیت تجاری - اقتصادی به طور مداوم و منظم باشند، تغییرات ادواری گویند. مانند دوره رونق اقتصادی.

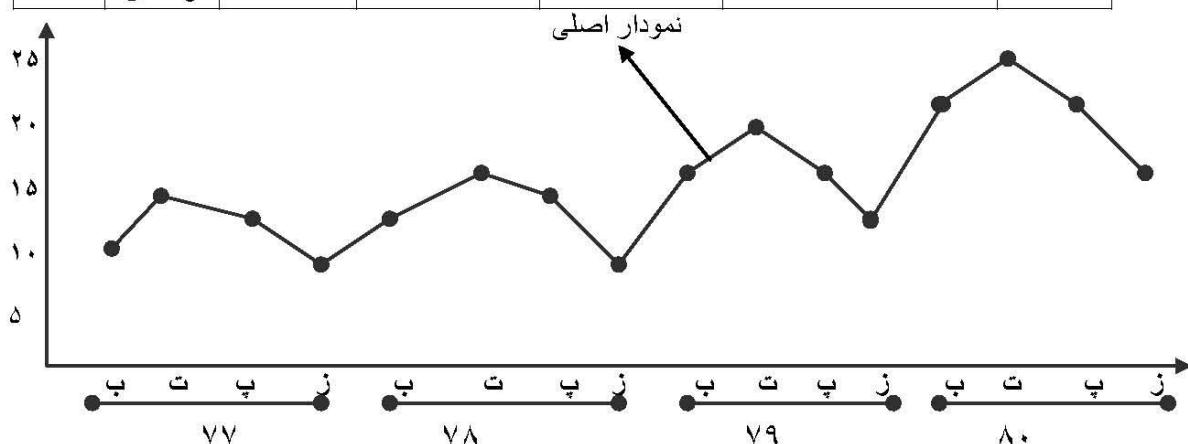
(د) تغییرات ناگهانی : تغییراتی هستند که به صورتی کاملاً تصادفی و غیرمنتظره اتفاق می افتد. به همین دلیل این عامل غالباً به طور دقیق قبل پیش بینی نیست. این عامل می تواند ناشی از رفتار انسان باشد: مانند جنگ، اعتراض، یا اینکه ناشی از عوامل طبیعی باشد، مانند سیل، زلزله، .

۴- (الف) روش رسم آزاد : در این روش، پس از رسم نمودار حرکات سریهای زمانی، به طور تقریبی یک خط مستقیم روی نمودار به گونه ای رسم می کنیم که خط مزبور شیب کلی نمودار را نشان دهد.

(ب) روش میانگین های مضاعف : در این روش، پس از رسم نمودار حرکات سری زمانی، مقادیر سری زمانی را به دو بخش مساوی تقسیم کرده، میانگین هر بخش را روی زمان متناظر ش ن نقطه یابی می کنیم سپس نقاط حاصل به هم وصل می نماییم.

(ج) روش میانگین های متحرک : در این روش، پس رسم نمودار حرکات سری زمانی، ابتدا میانگین های متحرک می تواند اعداد ۳، ۵، ۷، ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰، ۶۰، ۷۰، ۸۰، ۹۰، ۱۰۰، ۱۱۰، ۱۲۰، ۱۳۰، ۱۴۰، ۱۵۰، ۱۶۰، ۱۷۰، ۱۸۰، ۱۹۰، ۲۰۰، ۲۱۰، ۲۲۰، ۲۳۰، ۲۴۰، ۲۵۰، ۲۶۰، ۲۷۰، ۲۸۰، ۲۹۰، ۳۰۰، ۳۱۰، ۳۲۰، ۳۳۰، ۳۴۰، ۳۵۰، ۳۶۰، ۳۷۰، ۳۸۰، ۳۹۰، ۴۰۰، ۴۱۰، ۴۲۰، ۴۳۰، ۴۴۰، ۴۵۰، ۴۶۰، ۴۷۰، ۴۸۰، ۴۹۰، ۵۰۰، ۵۱۰، ۵۲۰، ۵۳۰، ۵۴۰، ۵۵۰، ۵۶۰، ۵۷۰، ۵۸۰، ۵۹۰، ۶۰۰، ۶۱۰، ۶۲۰، ۶۳۰، ۶۴۰، ۶۵۰، ۶۶۰، ۶۷۰، ۶۸۰، ۶۹۰، ۷۰۰، ۷۱۰، ۷۲۰، ۷۳۰، ۷۴۰، ۷۵۰، ۷۶۰، ۷۷۰، ۷۸۰، ۷۹۰، ۸۰۰، ۸۱۰، ۸۲۰، ۸۳۰، ۸۴۰، ۸۵۰، ۸۶۰، ۸۷۰، ۸۸۰، ۸۹۰، ۹۰۰، ۹۱۰، ۹۲۰، ۹۳۰، ۹۴۰، ۹۵۰، ۹۶۰، ۹۷۰، ۹۸۰، ۹۹۰، ۱۰۰۰، ۱۰۱۰، ۱۰۲۰، ۱۰۳۰، ۱۰۴۰، ۱۰۵۰، ۱۰۶۰، ۱۰۷۰، ۱۰۸۰، ۱۰۹۰، ۱۱۰۰، ۱۱۱۰، ۱۱۲۰، ۱۱۳۰، ۱۱۴۰، ۱۱۵۰، ۱۱۶۰، ۱۱۷۰، ۱۱۸۰، ۱۱۹۰، ۱۲۰۰، ۱۲۱۰، ۱۲۲۰، ۱۲۳۰، ۱۲۴۰، ۱۲۵۰، ۱۲۶۰، ۱۲۷۰، ۱۲۸۰، ۱۲۹۰، ۱۳۰۰، ۱۳۱۰، ۱۳۲۰، ۱۳۳۰، ۱۳۴۰، ۱۳۵۰، ۱۳۶۰، ۱۳۷۰، ۱۳۸۰، ۱۳۹۰، ۱۴۰۰، ۱۴۱۰، ۱۴۲۰، ۱۴۳۰، ۱۴۴۰، ۱۴۵۰، ۱۴۶۰، ۱۴۷۰، ۱۴۸۰، ۱۴۹۰، ۱۵۰۰، ۱۵۱۰، ۱۵۲۰، ۱۵۳۰، ۱۵۴۰، ۱۵۵۰، ۱۵۶۰، ۱۵۷۰، ۱۵۸۰، ۱۵۹۰، ۱۶۰۰، ۱۶۱۰، ۱۶۲۰، ۱۶۳۰، ۱۶۴۰، ۱۶۵۰، ۱۶۶۰، ۱۶۷۰، ۱۶۸۰، ۱۶۹۰، ۱۷۰۰، ۱۷۱۰، ۱۷۲۰، ۱۷۳۰، ۱۷۴۰، ۱۷۵۰، ۱۷۶۰، ۱۷۷۰، ۱۷۸۰، ۱۷۹۰، ۱۸۰۰، ۱۸۱۰، ۱۸۲۰، ۱۸۳۰، ۱۸۴۰، ۱۸۵۰، ۱۸۶۰، ۱۸۷۰، ۱۸۸۰، ۱۸۹۰، ۱۹۰۰، ۱۹۱۰، ۱۹۲۰، ۱۹۳۰، ۱۹۴۰، ۱۹۵۰، ۱۹۶۰، ۱۹۷۰، ۱۹۸۰، ۱۹۹۰، ۲۰۰۰، ۲۰۱۰، ۲۰۲۰، ۲۰۳۰، ۲۰۴۰، ۲۰۵۰، ۲۰۶۰، ۲۰۷۰، ۲۰۸۰، ۲۰۹۰، ۲۱۰۰، ۲۱۱۰، ۲۱۲۰، ۲۱۳۰، ۲۱۴۰، ۲۱۵۰، ۲۱۶۰، ۲۱۷۰، ۲۱۸۰، ۲۱۹۰، ۲۲۰۰، ۲۲۱۰، ۲۲۲۰، ۲۲۳۰، ۲۲۴۰، ۲۲۵۰، ۲۲۶۰، ۲۲۷۰، ۲۲۸۰، ۲۲۹۰، ۲۳۰۰، ۲۳۱۰، ۲۳۲۰، ۲۳۳۰، ۲۳۴۰، ۲۳۵۰، ۲۳۶۰، ۲۳۷۰، ۲۳۸۰، ۲۳۹۰، ۲۴۰۰، ۲۴۱۰، ۲۴۲۰، ۲۴۳۰، ۲۴۴۰، ۲۴۵۰، ۲۴۶۰، ۲۴۷۰، ۲۴۸۰، ۲۴۹۰، ۲۵۰۰، ۲۵۱۰، ۲۵۲۰، ۲۵۳۰، ۲۵۴۰، ۲۵۵۰، ۲۵۶۰، ۲۵۷۰، ۲۵۸۰، ۲۵۹۰، ۲۶۰۰، ۲۶۱۰، ۲۶۲۰، ۲۶۳۰، ۲۶۴۰، ۲۶۵۰، ۲۶۶۰، ۲۶۷۰، ۲۶۸۰، ۲۶۹۰، ۲۷۰۰، ۲۷۱۰، ۲۷۲۰، ۲۷۳۰، ۲۷۴۰، ۲۷۵۰، ۲۷۶۰، ۲۷۷۰، ۲۷۸۰، ۲۷۹۰، ۲۸۰۰، ۲۸۱۰، ۲۸۲۰، ۲۸۳۰، ۲۸۴۰، ۲۸۵۰، ۲۸۶۰، ۲۸۷۰، ۲۸۸۰، ۲۸۹۰، ۲۹۰۰، ۲۹۱۰، ۲۹۲۰، ۲۹۳۰، ۲۹۴۰، ۲۹۵۰، ۲۹۶۰، ۲۹۷۰، ۲۹۸۰، ۲۹۹۰، ۳۰۰۰، ۳۰۱۰، ۳۰۲۰، ۳۰۳۰، ۳۰۴۰، ۳۰۵۰، ۳۰۶۰، ۳۰۷۰، ۳۰۸۰، ۳۰۹۰، ۳۱۰۰، ۳۱۱۰، ۳۱۲۰، ۳۱۳۰، ۳۱۴۰، ۳۱۵۰، ۳۱۶۰، ۳۱۷۰، ۳۱۸۰، ۳۱۹۰، ۳۲۰۰، ۳۲۱۰، ۳۲۲۰، ۳۲۳۰، ۳۲۴۰، ۳۲۵۰، ۳۲۶۰، ۳۲۷۰، ۳۲۸۰، ۳۲۹۰، ۳۳۰۰، ۳۳۱۰، ۳۳۲۰، ۳۳۳۰، ۳۳۴۰، ۳۳۵۰، ۳۳۶۰، ۳۳۷۰، ۳۳۸۰، ۳۳۹۰، ۳۴۰۰، ۳۴۱۰، ۳۴۲۰، ۳۴۳۰، ۳۴۴۰، ۳۴۵۰، ۳۴۶۰، ۳۴۷۰، ۳۴۸۰، ۳۴۹۰، ۳۵۰۰، ۳۵۱۰، ۳۵۲۰، ۳۵۳۰، ۳۵۴۰، ۳۵۵۰، ۳۵۶۰، ۳۵۷۰، ۳۵۸۰، ۳۵۹۰، ۳۶۰۰، ۳۶۱۰، ۳۶۲۰، ۳۶۳۰، ۳۶۴۰، ۳۶۵۰، ۳۶۶۰، ۳۶۷۰، ۳۶۸۰، ۳۶۹۰، ۳۷۰۰، ۳۷۱۰، ۳۷۲۰، ۳۷۳۰، ۳۷۴۰، ۳۷۵۰، ۳۷۶۰، ۳۷۷۰، ۳۷۸۰، ۳۷۹۰، ۳۸۰۰، ۳۸۱۰، ۳۸۲۰، ۳۸۳۰، ۳۸۴۰، ۳۸۵۰، ۳۸۶۰، ۳۸۷۰، ۳۸۸۰، ۳۸۹۰، ۳۹۰۰، ۳۹۱۰، ۳۹۲۰، ۳۹۳۰، ۳۹۴۰، ۳۹۵۰، ۳۹۶۰، ۳۹۷۰، ۳۹۸۰، ۳۹۹۰، ۴۰۰۰، ۴۰۱۰، ۴۰۲۰، ۴۰۳۰، ۴۰۴۰، ۴۰۵۰، ۴۰۶۰، ۴۰۷۰، ۴۰۸۰، ۴۰۹۰، ۴۱۰۰، ۴۱۱۰، ۴۱۲۰، ۴۱۳۰، ۴۱۴۰، ۴۱۵۰، ۴۱۶۰، ۴۱۷۰، ۴۱۸۰، ۴۱۹۰، ۴۲۰۰، ۴۲۱۰، ۴۲۲۰، ۴۲۳۰، ۴۲۴۰، ۴۲۵۰، ۴۲۶۰، ۴۲۷۰، ۴۲۸۰، ۴۲۹۰، ۴۳۰۰، ۴۳۱۰، ۴۳۲۰، ۴۳۳۰، ۴۳۴۰، ۴۳۵۰، ۴۳۶۰، ۴۳۷۰، ۴۳۸۰، ۴۳۹۰، ۴۴۰۰، ۴۴۱۰، ۴۴۲۰، ۴۴۳۰، ۴۴۴۰، ۴۴۵۰، ۴۴۶۰، ۴۴۷۰، ۴۴۸۰، ۴۴۹۰، ۴۵۰۰، ۴۵۱۰، ۴۵۲۰، ۴۵۳۰، ۴۵۴۰، ۴۵۵۰، ۴۵۶۰، ۴۵۷۰، ۴۵۸۰، ۴۵۹۰، ۴۶۰۰، ۴۶۱۰، ۴۶۲۰، ۴۶۳۰، ۴۶۴۰، ۴۶۵۰، ۴۶۶۰، ۴۶۷۰، ۴۶۸۰، ۴۶۹۰، ۴۷۰۰، ۴۷۱۰، ۴۷۲۰، ۴۷۳۰، ۴۷۴۰، ۴۷۵۰، ۴۷۶۰، ۴۷۷۰، ۴۷۸۰، ۴۷۹۰، ۴۸۰۰، ۴۸۱۰، ۴۸۲۰، ۴۸۳۰، ۴۸۴۰، ۴۸۵۰، ۴۸۶۰، ۴۸۷۰، ۴۸۸۰، ۴۸۹۰، ۴۹۰۰، ۴۹۱۰، ۴۹۲۰، ۴۹۳۰، ۴۹۴۰، ۴۹۵۰، ۴۹۶۰، ۴۹۷۰، ۴۹۸۰، ۴۹۹۰، ۵۰۰۰، ۵۰۱۰، ۵۰۲۰، ۵۰۳۰، ۵۰۴۰، ۵۰۵۰، ۵۰۶۰، ۵۰۷۰، ۵۰۸۰، ۵۰۹۰، ۵۱۰۰، ۵۱۱۰، ۵۱۲۰، ۵۱۳۰، ۵۱۴۰، ۵۱۵۰، ۵۱۶۰، ۵۱۷۰، ۵۱۸۰، ۵۱۹۰، ۵۲۰۰، ۵۲۱۰، ۵۲۲۰، ۵۲۳۰، ۵۲۴۰، ۵۲۵۰، ۵۲۶۰، ۵۲۷۰، ۵۲۸۰، ۵۲۹۰، ۵۳۰۰، ۵۳۱۰، ۵۳۲۰، ۵۳۳۰، ۵۳۴۰، ۵۳۵۰، ۵۳۶۰، ۵۳۷۰، ۵۳۸۰، ۵۳۹۰، ۵۴۰۰، ۵۴۱۰، ۵۴۲۰، ۵۴۳۰، ۵۴۴۰، ۵۴۵۰، ۵۴۶۰، ۵۴۷۰، ۵۴۸۰، ۵۴۹۰، ۵۵۰۰، ۵۵۱۰، ۵۵۲۰، ۵۵۳۰، ۵۵۴۰، ۵۵۵۰، ۵۵۶۰، ۵۵۷۰، ۵۵۸۰، ۵۵۹۰، ۵۶۰۰، ۵۶۱۰، ۵۶۲۰، ۵۶۳۰، ۵۶۴۰، ۵۶۵۰، ۵۶۶۰، ۵۶۷۰، ۵۶۸۰، ۵۶۹۰، ۵۷۰۰، ۵۷۱۰، ۵۷۲۰، ۵۷۳۰، ۵۷۴۰، ۵۷۵۰، ۵۷۶۰، ۵۷۷۰، ۵۷۸۰، ۵۷۹۰، ۵۸۰۰، ۵۸۱۰، ۵۸۲۰، ۵۸۳۰، ۵۸۴۰، ۵۸۵۰، ۵۸۶۰، ۵۸۷۰، ۵۸۸۰، ۵۸۹۰، ۵۹۰۰، ۵۹۱۰، ۵۹۲۰، ۵۹۳۰، ۵۹۴۰، ۵۹۵۰، ۵۹۶۰، ۵۹۷۰، ۵۹۸۰، ۵۹۹۰، ۶۰۰۰، ۶۰۱۰، ۶۰۲۰، ۶۰۳۰، ۶۰۴۰، ۶۰۵۰، ۶۰۶۰، ۶۰۷۰، ۶۰۸۰، ۶۰۹۰، ۶۱۰۰، ۶۱۱۰، ۶۱۲۰، ۶۱۳۰، ۶۱۴۰، ۶۱۵۰، ۶۱۶۰، ۶۱۷۰، ۶۱۸۰، ۶۱۹۰، ۶۲۰۰، ۶۲۱۰، ۶۲۲۰، ۶۲۳۰، ۶۲۴۰، ۶۲۵۰، ۶۲۶۰، ۶۲۷۰، ۶۲۸۰، ۶۲۹۰، ۶۳۰۰، ۶۳۱۰، ۶۳۲۰، ۶۳۳۰، ۶۳۴۰، ۶۳۵۰، ۶۳۶۰، ۶۳۷۰، ۶۳۸۰، ۶۳۹۰، ۶۴۰۰، ۶۴۱۰، ۶۴۲۰، ۶۴۳۰، ۶۴۴۰، ۶۴۵۰، ۶۴۶۰، ۶۴۷۰، ۶۴۸۰، ۶۴۹۰، ۶۵۰۰، ۶۵۱۰، ۶۵۲۰، ۶۵۳۰، ۶۵۴۰، ۶۵۵۰، ۶۵۶۰، ۶۵۷۰، ۶۵۸۰، ۶۵۹۰، ۶۶۰۰، ۶۶۱۰، ۶۶۲۰، ۶۶۳۰، ۶۶۴۰، ۶۶۵۰، ۶۶۶۰، ۶۶۷۰، ۶۶۸۰، ۶۶۹۰، ۶۷۰۰، ۶۷۱۰، ۶۷۲۰، ۶۷۳۰، ۶۷۴۰، ۶۷۵۰، ۶۷۶۰، ۶۷۷۰، ۶۷۸۰، ۶۷۹۰، ۶۸۰۰، ۶۸۱۰، ۶۸۲۰، ۶۸۳۰، ۶۸۴۰، ۶۸۵۰، ۶۸۶۰، ۶۸۷۰، ۶۸۸۰، ۶۸۹۰، ۶۹۰۰، ۶۹۱۰، ۶۹۲۰، ۶۹۳۰، ۶۹۴۰، ۶۹۵۰، ۶۹۶۰، ۶۹۷۰، ۶۹۸۰، ۶۹۹۰، ۷۰۰۰، ۷۰۱۰، ۷۰۲۰، ۷۰۳۰، ۷۰۴۰، ۷۰۵۰، ۷۰۶۰، ۷۰۷۰، ۷۰۸۰، ۷۰۹۰، ۷۱۰۰، ۷۱۱۰، ۷۱۲۰، ۷۱۳۰، ۷۱۴۰، ۷۱۵۰، ۷۱۶۰، ۷۱۷۰، ۷۱۸۰، ۷۱۹۰، ۷۲۰۰، ۷۲۱۰، ۷۲۲۰، ۷۲۳۰، ۷۲۴۰، ۷۲۵۰، ۷۲۶۰، ۷۲۷۰، ۷۲۸۰، ۷۲۹۰، ۷۳۰۰، ۷۳۱۰، ۷۳۲۰، ۷۳۳۰، ۷۳۴۰، ۷۳۵۰، ۷۳۶۰، ۷۳۷۰، ۷۳۸۰، ۷۳۹۰، ۷۴۰۰، ۷۴۱۰، ۷۴۲۰، ۷۴۳۰، ۷۴۴۰، ۷۴۵۰، ۷۴۶۰، ۷۴۷۰، ۷۴۸۰، ۷۴۹۰، ۷۵۰۰، ۷۵۱۰، ۷۵۲۰، ۷۵۳۰، ۷۵۴۰، ۷۵۵۰، ۷۵۶۰، ۷۵۷۰، ۷۵۸۰، ۷۵۹۰، ۷۶۰۰، ۷۶۱۰، ۷۶۲۰، ۷۶۳۰، ۷۶۴۰، ۷۶۵۰، ۷۶۶۰، ۷۶۷۰، ۷۶۸۰، ۷۶۹۰، ۷۷۰۰، ۷۷۱۰، ۷۷۲۰، ۷۷۳۰، ۷۷۴۰، ۷۷۵۰، ۷۷۶۰، ۷۷۷۰، ۷۷۸۰، ۷۷۹۰، ۷۸۰۰، ۷۸۱۰، ۷۸۲۰، ۷۸۳۰، ۷۸۴۰، ۷۸۵۰، ۷۸۶۰، ۷۸۷۰، ۷۸۸۰، ۷۸۹۰، ۷۹۰۰، ۷۹۱۰، ۷۹۲۰، ۷۹۳۰، ۷۹۴۰، ۷۹۵۰، ۷۹۶۰، ۷۹۷۰، ۷۹۸۰، ۷۹۹۰، ۸۰۰۰، ۸۰۱۰، ۸۰۲۰، ۸۰۳۰، ۸۰۴۰، ۸۰۵۰، ۸۰۶۰، ۸۰۷۰، ۸۰۸۰، ۸۰۹۰، ۸۱۰۰، ۸۱۱۰، ۸۱۲۰، ۸۱۳۰، ۸۱۴۰، ۸۱۵۰، ۸۱۶۰، ۸۱۷۰، ۸۱۸۰، ۸۱۹۰، ۸۲۰۰، ۸۲۱۰، ۸۲۲۰، ۸۲۳۰، ۸۲۴۰، ۸۲۵۰، ۸۲۶۰، ۸۲۷۰، ۸۲۸۰، ۸۲۹۰، ۸۳۰۰، ۸۳۱۰، ۸۳۲۰، ۸۳۳۰، ۸۳۴۰، ۸۳۵۰، ۸۳۶۰، ۸۳۷۰، ۸۳۸۰، ۸۳۹۰، ۸۴۰۰، ۸۴۱۰، ۸۴۲۰، ۸۴۳۰، ۸۴۴۰، ۸۴۵۰، ۸۴۶۰، ۸۴۷۰، ۸۴۸۰، ۸۴۹۰، ۸۵۰۰، ۸۵۱۰، ۸۵۲۰، ۸۵۳۰، ۸۵۴۰، ۸۵۵۰، ۸۵۶۰، ۸۵۷۰، ۸۵۸۰، ۸۵۹۰، ۸۶۰۰، ۸۶۱۰، ۸۶۲۰، ۸۶۳۰، ۸۶۴۰، ۸۶۵۰، ۸۶۶۰، ۸۶۷۰، ۸۶۸۰، ۸۶۹۰، ۸۷۰۰، ۸۷۱۰، ۸۷۲۰، ۸۷۳۰، ۸۷۴۰، ۸۷۵۰، ۸۷۶۰، ۸۷۷۰، ۸۷۸۰، ۸۷۹۰، ۸۸۰۰، ۸۸۱۰، ۸۸۲۰، ۸۸۳۰، ۸۸۴۰، ۸۸۵۰، ۸۸۶۰، ۸۸۷۰، ۸۸۸۰، ۸۸۹۰، ۸۹۰۰، ۸۹۱۰، ۸۹۲۰، ۸۹۳۰، ۸۹۴۰، ۸۹۵۰، ۸۹۶۰، ۸۹۷۰، ۸۹۸۰، ۸۹۹۰، ۹۰۰۰، ۹۰۱۰، ۹۰۲۰، ۹۰۳۰، ۹۰۴۰، ۹۰۵۰، ۹۰۶۰، ۹۰۷۰، ۹۰۸۰، ۹۰۹۰، ۹۱۰۰، ۹۱۱۰، ۹۱۲۰، ۹۱۳۰، ۹۱۴۰، ۹۱۵۰، ۹۱۶۰، ۹۱۷۰، ۹۱۸۰، ۹۱۹۰، ۹۲۰۰، ۹۲۱۰، ۹۲۲۰، ۹۲۳۰، ۹۲۴۰، ۹۲۵۰، ۹۲۶۰، ۹۲۷۰، ۹۲۸۰، ۹۲۹۰، ۹۳۰۰، ۹۳۱۰، ۹۳۲۰، ۹۳۳۰، ۹۳۴۰، ۹۳۵۰، ۹۳۶۰، ۹۳۷۰، ۹۳۸۰، ۹۳۹۰، ۹۴۰۰، ۹۴۱۰، ۹۴۲۰، ۹۴۳۰، ۹۴۴۰، ۹۴۵۰، ۹۴۶۰، ۹۴۷۰، ۹۴۸۰، ۹۴۹۰، ۹۵۰۰، ۹۵۱۰، ۹۵۲۰، ۹۵۳۰، ۹۵۴۰، ۹۵۵۰، ۹۵۶۰، ۹۵۷۰، ۹۵۸۰، ۹۵۹۰، ۹۶۰۰، ۹۶۱۰، ۹۶۲۰، ۹۶۳۰، ۹۶۴۰، ۹۶۵۰، ۹۶۶۰، ۹۶۷۰، ۹۶۸۰، ۹۶۹۰، ۹۷۰۰، ۹۷۱۰، ۹۷۲۰، ۹۷۳۰، ۹۷۴۰، ۹۷۵۰، ۹۷۶۰، ۹۷۷۰، ۹۷۸۰، ۹۷۹۰، ۹۸۰۰، ۹۸۱۰، ۹۸۲۰، ۹۸۳۰، ۹۸۴۰، ۹۸۵۰، ۹۸۶۰، ۹۸۷۰، ۹۸۸۰، ۹۸۹۰، ۹۹۰۰، ۹۹۱۰، ۹۹۲۰، ۹۹۳۰، ۹۹۴۰، ۹۹۵۰، ۹۹۶۰، ۹۹۷۰، ۹۹۸۰، ۹۹۹۰، ۱۰۰۰۰، ۱۰۰۱۰، ۱۰۰۲۰، ۱۰۰۳۰، ۱۰۰۴۰، ۱۰۰۵۰، ۱۰۰۶۰، ۱۰۰۷۰، ۱۰۰۸۰، ۱۰۰۹۰، ۱۰۰۱۰، ۱۰۰۱۱۰، ۱۰۰۱۲۰، ۱۰۰۱۳۰، ۱۰۰۱۴۰، ۱۰۰۱۵۰، ۱۰۰۱۶۰، ۱۰۰۱۷۰، ۱۰۰۱۸۰، ۱۰۰۱۹۰، ۱۰

سالها	فصول	$y_i =$ تولید	مجموع متحرک فصل ۴	مجموع متحرک فصل ۸	میانگین متحرک (T_i)	نقاط
۷۷	بهار	۱۰	۴۶	۹۰	$90 \div 8 = 11.25$	
	تابستان	۱۴				A
	پائیز	۱۲				
	زمستان	۸				B
۷۸	بهار	۱۲	۵۰	۹۸	$98 \div 8 = 12.25$	C
	تابستان	۱۶				D
	پائیز	۱۴				E
	زمستان	۱۰				F
۷۹	بهار	۱۹	۶۸	۱۳۲	$132 \div 8 = 16.5$	G
	تابستان	۲۱				H
	پائیز	۱۸				L
	زمستان	۱۲				M
۸۰	بهار	۲۲	۷۷	۱۵۶	$156 \div 8 = 19.5$	N
	تابستان	۲۵				O
	پائیز	۲۰				
	زمستان	۱۶				

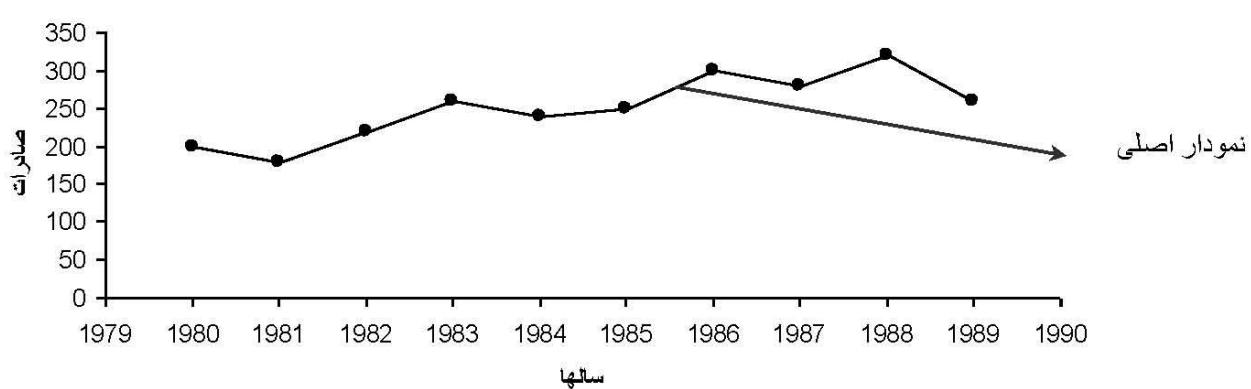


میانگین مضاعف

میانگین متحرک

کمترین مریعات

صادرات در ۱۰ سال گذشته



الف) روش میانگین مضاعف :

سالها	صادرات	جمع هر بخش	میانگین مضاعف	نقاط
٨٠	٢٠٠			
٨١	١٨٠			
٨٢	٢٢٠	١١٠٠	$1100 \div 5 = 220$	A
٨٣	٢٦٠			
٨٤	٢٤٠			
٨٥	٢٥٠			
٨٦	٣٠٠			
٨٧	٢٨٠	١٤١٠	$1410 \div 5 = 282$	B
٨٨	٣٢٠			
٨٩	٢٦٠			

ب) روش میانگین متحرک :

سالها	٨٠	٨١	٨٢	٨٣	٨٤	٨٥	٨٦	٨٧	٨٨	٨٩
y_i	٢٠٠	١٨٠	٢٢٠	٢٦٠	٢٤٠	٢٥٠	٣٠٠	٢٨٠	٣٢٠	٢٦٠
مجموع متحرک ٣ سال		٦٠٠	٦٦٠	٧٢٠	٧٥٠	٧٩٠	٨٣٠	٩٠٠	٨٦٠	
میانگین متحرک		٢٠٠	٢٢٠	٢٤٠	٢٥٠	٢٦٣	٢٧٧	٣٠٠	٢٨٧	
نقاط		A'	B'	C'	D'	E'	F'	G'	H'	

$$a = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{1950}{330} = 5.91 \quad b = \bar{y} = \frac{2510}{10} = 251 \quad \text{ج) روش كمترین مربعات:}$$

$$y' = 5.91x + 251$$

سالها	y_i	x_i	$x_i y_i$	x_i^2	$y' = 5.91x + 251$	نقاط
٨٠	٢٠٠	-٩	-١٨٠٠	٨١	$5/91(-9Y') + 251 = 197/81$	A''
٨١	١٨٠	-٧	-١٢٦٠	٤٩	$5/91(-7) + 251 = 209/63 Y' =$	B''
٨٢	٢٢٠	-٥	-١١٠٠	٢٥	$Y' = 5/91(-5) + 251 = 221/45$	C''
٨٣	٢٦٠	-٣	-٧٨٠	٩	$5/91(-3) + 251 = 233/27 Y' =$	D''
٨٤	٢٤٠	-١	-٢٤٠	١	$5/91(-1) + 251 = 245/91 Y' =$	E''
٨٥	٢٥٠	١	٢٥٠	١	$Y' = 5/91(1) + 251 = 256/91$	F''
٨٦	٣٠٠	٣	٩٠٠	٩	$Y' = 5/91(3) + 251 = 268/73$	G''
٨٧	٢٨٠	٥	١٤٠٠	٢٥	$Y' = 5/91(5) + 251 = 280/55$	H''
٨٨	٣٢٠	٧	٢٢٤٠	٤٩	$Y' = 5/91(7) + 251 = 292/37$	M''
٨٩	٢٦٠	٩	٢٣٤٠	٨١	$Y' = 5/91(9) + 251 = 304/19$	N''
	٢٥١٠	٠	١٩٥٠	٣٣٠		

$$\bar{y} = \frac{9100}{5} = 1820 \quad \bar{x} = \frac{10}{5} = 2$$

-۸

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{5 \times 19800 - 10 \times 9100}{5 \times 30 - (10)^2} = \frac{99000 - 91000}{150 - 100} = \frac{8000}{50} = 160 \Rightarrow a = 160$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 1820 - 160 \times 2 = 1500 \Rightarrow b = 1500$$

$$y' = ax + b \Rightarrow$$

$$y' = 160x + 1500$$

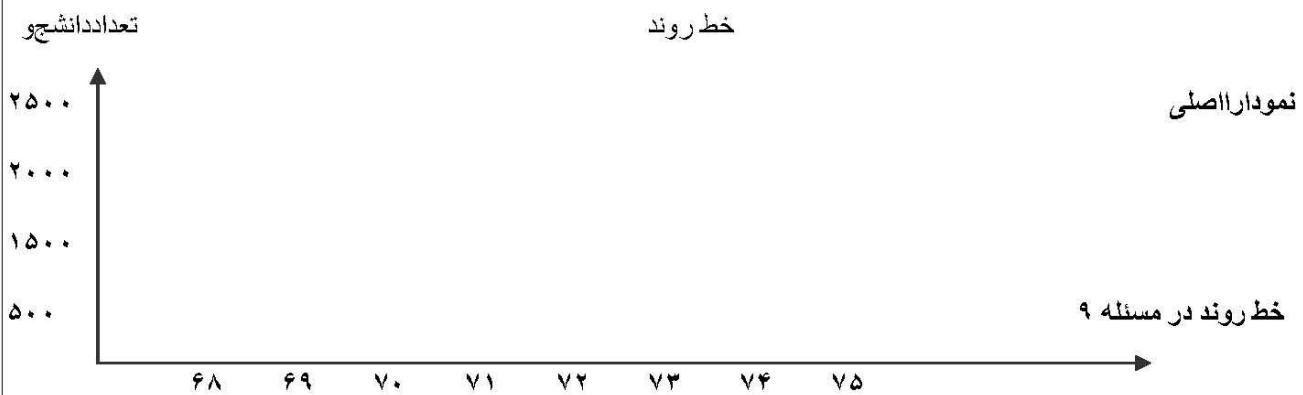
سالها	y_i	x_i	$x_i y_i$	x_i^2	$y' = 160x + 1500$
۶۸	۱۵۰۰	۰	۰	۰	$y' = 160(0) + 1500 = 1500$
۶۹	۱۸۰۰	۱	۱۸۰	۱	$y' = 160(1) + 1500 = 1660$
۷۰	۱۶۰۰	۲	۳۲۰۰	۴	$y' = 160(2) + 1500 = 1820$
۷۱	۲۰۰۰	۳	۶۰۰۰	۹	$y' = 160(3) + 1500 = 1980$
۷۲	۲۲۰۰	۴	۸۸۰۰	۱۶	$y' = 160(4) + 1500 = 2140$
	۹۱۰۰	۱۰	۱۹۸۰۰	۳۰	

منظور از پیش بینی، پیش بینی روی خط روند است:

$$y' (73) = 160(5) + 1500 = 2300$$

$$y' (74) = 160(6) + 1500 = 1460$$

$$y' (75) = 160(7) + 1500 = 2620$$

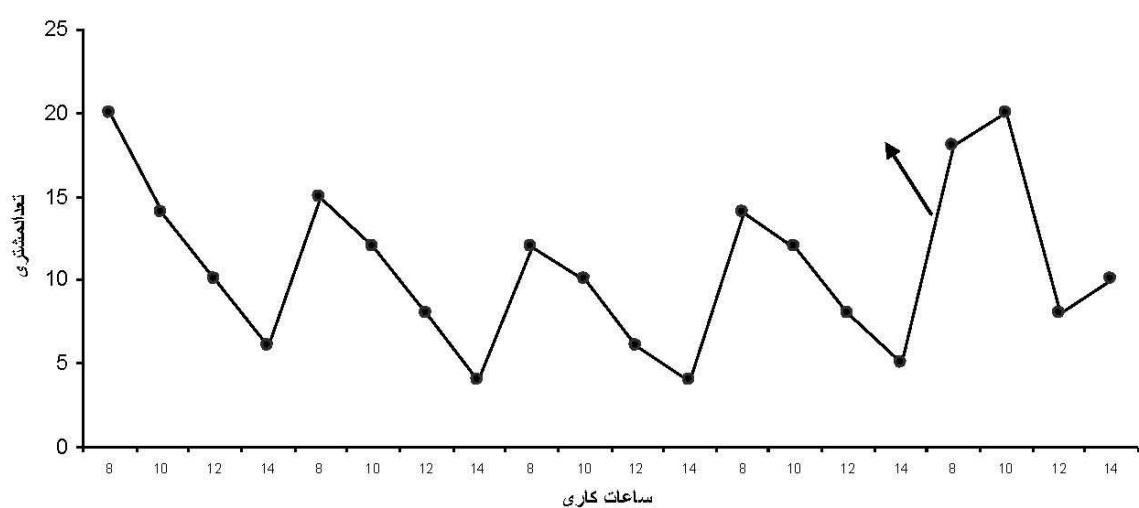


-۹

سالها	۶۸	۶۹	۷۰	۷۱	۷۲
y_i	۱۵۰۰	۱۸۰۰	۱۶۰۰	۲۰۰۰	۲۲۰۰
مجموع متحرک ۳ ساله		۴۹۰۰	۵۴۰۰	۵۸۰۰	
میانگین متحرک		۱۶۳۳	۱۸۰۰	۱۹۳۳	
نقاط		A	B	C	

نقطه	میانگین متحرک T_i	دومین مجموع متحرک	مجموع متحرک مشتریان	تعداد مشتری y_i	ساعت	روزها
شنبه				۲۰	۸	
				۱۴	۱۰	
		۵۰		۴۵	۱۰	
		۴۵	۹۵	۶	۱۴	
یکشنبه				۴۳	۸	
				۴۱	۱۰	
		۸۰		۳۹	۱۲	
		۷۵	۷۵	۳۶	۱۴	
دوشنبه				۳۶	۴	
		۶۶		۳۲	۱۰	
		۶۴	۶۴	۳۲	۱۲	
		۶۹	۶۹	۳۴	۶	
سه شنبه				۳۶	۴	
		۷۴		۳۸	۱۰	
		۷۷	۷۷	۳۹	۱۲	
		۸۲	۸۲	۴۳	۵	
چهارشنبه				۹۴	۵	
		۱۰۲		۵۱	۱۰	
		۱۰۷	۱۰۷	۵۱	۸	
				۵۶	۱۰	

تعداد مشتری در ساعات مختلف ۵ روز کاری



فصل پنجم

اعداد شاخص

- ۱- واژه شاخص به معنای وسیله تشخیص می باشد.
- ۲- عدد شاخص عددی است که به وسیله آن تغییرات ایجاد شده در یک پویلهر فاصله دوزمان مختلف (یا دو مکان مختلف) تشخیص می دهیم.
- ۳- می توان گفت که شاخص عددی است که برای اندازه گیری و سنجش تغییرات عوامل مختلف در فواصل زمانی (پادر فواصل مکانی) به کار می رود.
- ۴- با محاسبه اعداد شاخص بسادگی می توان هزینه های زندگی ، میزان تولید محصولات کشاورزی یا صنعتی ، مقدار صادرات و واردات، حقوق و دستمزد، قیمت کالاهای خدمات مصرفی، قدرت خرید پول و سایر پذیده های اقتصادی و مالی را در دوزمان مختلف (پادر مکان مختلف) با هم دیگر مقایسه کرده و تغییرات ایجاد شده را بررسی کرد.
- ۵- الف) بررسی تغییرات احتمالی در زمانهای آینده. ب) بررسی تغییرات یک یا چند پذیده در دو زمان مختلف.
 ج) بررسی تغییرات یک یا چند پذیده در دو مکان مختلف. د) شناخت ارزش واقعی اعداد وارقام.
- ه) محرمانه نگهداری اطلاعات اقتصادی یا سیاسی از رقبا. ر) بیان کلی اطلاعات و کنار گذاشتن جزئیات امر.
- ی) استفاده از اعداد شاخص در تجزیه و تحلیلهای آماری نظیر شاخصهای مرکزی و انحرافات (پراکندگی‌ها) و رسم نمودارهای آماری در فعالیت سازمانها...
- ۶- الف) حتی الامکان بیشترین اطلاعات را در بر داشته باشد.
 ب) زمان پایه مناسب انتخاب شده باشد.
 ج) ضرایب لازم در محاسبه اعداد شاخص به کار گرفته شده باشند.
- د) هدف اصلی محاسبه عدد شاخص ، مشخص باشد تا استفاده کنندگان از شاخص گمراه نشوند.

۷- الف) شاخص قیمت‌ها از طریق درصد ساده مجموع :

$$P_{0n} = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} \times 100$$

محصول	سال ۷۸	۷۹	۸۰
الف	۱۲۰	۱۴۰	۱۰۰
ب	۸۰	۱۰۰	۶۰
ج	۱۰۰	۱۲۰	۹۰
د	۵۰	۷۰	۴۵
	$\sum P_0 = 350$	$\sum P_1 = 430$	$\sum P_2 = 295$

$$P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100 = \frac{430}{350} \times 100 \approx 122.8$$

شاخص قیمتهای سال ۷۹ نسبت به سال ۷۸

$$P_{02} = \frac{\sum P_2}{\sum P_0} \times 100 = \frac{295}{350} \times 100 \approx 84.2$$

شاخص قیمتهای سال ۸۰ نسبت به سال ۷۸

ب) شاخص مقادیر از طریق میانگین ساده نسبتها:

$$Q_{0n} = \frac{\sum (\frac{Q_n}{Q_0} \times 100)}{n}$$

محصول	۷۸	۷۹	۸۰	۷۸ و ۷۹	۷۸ و ۸۰
	Q_0	Q_1	Q_2	$\frac{Q_1}{Q_0} \times 100$	$\frac{Q_2}{Q_0} \times 100$
الف	۲۰۰	۲۵۰	۱۴۰	$\frac{250}{400} \times 100 = 125$	$\frac{140}{200} \times 100 = 70$
ب	۴۰۰	۵۰۰	۲۵۰	$\frac{500}{400} \times 100 = 125$	$\frac{250}{400} \times 100 = 62.5$
ج	۱۰۰	۱۵۰	۸۰	$\frac{150}{100} \times 100 = 150$	$\frac{80}{100} \times 100 = 80$
د	۵۰۰	۶۰۰	۴۰۰	$\frac{600}{500} \times 100 = 120$	$\frac{400}{500} \times 100 = 80$
				$\sum (\frac{Q_1}{Q_0} \times 100) = 520$	$\sum (\frac{Q_2}{Q_0} \times 100) = 292.5$

$$Q_{01} = \frac{\sum (\frac{Q_1}{Q_0} \times 100)}{n} = \frac{520}{4} = 130$$

شاخص مقادیر سال ۷۹ نسبت به سال ۷۸

$$Q_{02} = \frac{\sum (\frac{Q_2}{Q_0} \times 100)}{n} = \frac{292.5}{4} \approx 73.12$$

شاخص مقادیر سال ۸۰ نسبت به سال ۷۹

$$P_{0n} = \frac{\sum P_n Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

۸- الف) شاخص قیمتهای:

$$Q_{0n} = \frac{\sum Q_n P_0}{\sum Q_0 P_0} \times 100$$

ب) شاخص مقادیر:

$P_0 Q_0$	$P_1 Q_0$	$P_2 Q_0$	$Q_0 P_0$	$Q_1 P_0$	$Q_2 P_0$
۲۴۰۰۰	۲۸۰۰۰	۲۰۰۰۰	۲۴۰۰۰	۳۰۰۰۰	۱۶۸۰۰
۳۲۰۰۰	۴۰۰۰۰	۲۴۰۰۰	۳۲۰۰۰	۴۰۰۰۰	۲۰۰۰۰
۱۰۰۰۰	۱۲۰۰۰	۹۰۰۰	۱۰۰۰۰	۱۵۰۰۰	۸۰۰۰
۲۵۰۰۰	۳۵۰۰۰	۲۲۵۰۰	۲۵۰۰۰	۳۰۰۰۰	۲۰۰۰۰
$\sum P_0 Q_0 = 91000$	$\sum P_1 Q_0 = 115000$	$\sum P_2 Q_0 = 75500$	$\sum Q_0 P_0 = 91000$	$\sum Q_1 P_0 = 115000$	$\sum Q_2 P_0 = 64800$

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100 = \frac{115000}{91000} \times 100 \approx 126.3$$

شاخص قیمتهای سال ۷۹ نسبت به سال ۷۸

$$P_{02} = \frac{\sum P_2 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100 = \frac{75500}{91000} \times 100 \approx 82.9$$

شاخص قیمتهای سال ۸۰ نسبت به سال ۷۸

$$Q_{01} = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0} \times 100 = \frac{115000}{91000} \times 100 \approx 126.3$$

شاخص مقادیر سال ۷۹ نسبت به سال ۷۸

$$Q_{02} = \frac{\sum Q_2 P_0}{\sum Q_0 P_0} \times 100 = \frac{64800}{91000} \times 100 \approx 71.2$$

شاخص مقادیر سال ۷۹ نسبت به سال ۷۸

-۹

۷۶ و ۷۷	۷۷ و ۷۸	۷۸ و ۷۹	۷۹ و ۸۰
$\frac{Q_2}{Q_1} \times 100$	$\frac{Q_2}{Q_1} \times 100$	$\frac{Q_3}{Q_2} \times 100$	$\frac{Q_4}{Q_3} \times 100$
$\frac{25}{20} \times 100 = 125$	$\frac{18}{25} \times 100 = 72$	$\frac{30}{18} \times 100 = 166.6$	$\frac{10}{30} \times 100 = 33.3$
$\frac{65}{50} \times 100 = 130$	$\frac{42}{65} \times 100 = 64.6$	$\frac{60}{42} \times 100 = 142.8$	$\frac{40}{60} \times 100 = 66.6$
$\frac{15}{10} \times 100 = 150$	$\frac{8}{15} \times 100 = 53.3$	$\frac{15}{8} \times 100 = 187.5$	$\frac{6}{15} \times 100 = 40$
$\frac{125}{120} \times 100 = 104.1$	$\frac{120}{125} \times 100 = 96$	$\frac{145}{120} \times 100 = 120.8$	$\frac{74}{145} \times 100 = 51.03$
$\sum (\frac{Q_2}{Q_1} \times 100) = 509.1$	$\sum (\frac{Q_2}{Q_1} \times 100) = 285.9$	$\sum (\frac{Q_3}{Q_2} \times 100) = 617.7$	$\sum (\frac{Q_4}{Q_3} \times 100) = 190.93$

$$Q_{01} = \frac{\sum (\frac{Q_1}{Q_0} \times 100)}{n} = \frac{509.1}{4} \approx 127.27$$

شاخص مقادیر سال ۷۷ نسبت به سال ۷۶

$$Q_{12} = \frac{\sum (\frac{Q_2}{Q_1} \times 100)}{n} = \frac{285.9}{4} \approx 71.47$$

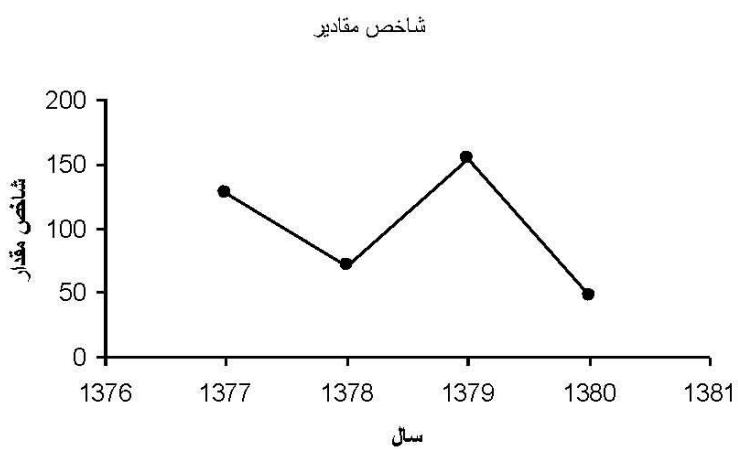
شاخص مقادیر سال ۷۸ نسبت به سال ۷۷

$$Q_{23} = \frac{\sum (\frac{Q_3}{Q_2} \times 100)}{n} = \frac{617.7}{4} \approx 154.42$$

شاخص مقادیر سال ۷۹ نسبت به سال ۷۸

$$Q_{34} = \frac{\sum (\frac{Q_4}{Q_3} \times 100)}{n} = \frac{190.93}{4} \approx 47.73$$

شاخص مقادیر سال ۸۰ نسبت به سال ۷۹



$$P_{010} = \frac{30}{25} \times 100 = 120 \quad -10$$

$$Q_{0n} = \frac{\sum Q_n P_n}{\sum Q_0 P_n} \times 100 \quad -11$$

Q_0	Q_1	Q_2	P_1	P_2	$Q_1 P_1$	$Q_0 P_1$	$Q_2 P_2$	$Q_0 P_2$
۱۰	۱۲	۲۰	۸	۱۵	۹۶	۸۴	۳۰۰	۱۵۰
۲۰	۲۴	۲۵	۱۰	۲۰	۲۴۰	۲۰۰	۵۰۰	۴۰۰
۱۰۰	۱۲۰	۱۴۰	۲۰	۲۰	۲۴۰۰	۲۰۰۰	۲۸۰۰	۲۰۰۰
۵۰	۶۰	۸۰	۱۰	۱۲	۶۰۰	۵۰۰	۹۶۰	۶۰۰
					$\sum Q_1 P_1 = 3336$	$\sum Q_0 P_1 = 2780$	$\sum Q_2 P_2 = 4560$	$\sum Q_0 P_2 = 3150$

$$Q_{01} = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_0 P_1} \times 100 = \frac{3336}{2780} \times 100 = 120 \quad ۲۰\% \text{ افزایش داشته}$$

$$Q_{02} = \frac{\sum Q_2 P_2}{\sum Q_0 P_2} \times 100 = \frac{4560}{3150} \times 100 \approx 145 \quad ۴۵\% \text{ افزایش داشته است.}$$

$$P_{0n} = \frac{\sum (\frac{P_n}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0)}{\sum P_0 Q_0}$$

$P_0 Q_0$	$\frac{P_1}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0$	$\frac{P_2}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0$
۲۰۰	$\frac{25}{20} \times 100 \times 200 = 25000$	$\frac{18}{20} \times 100 \times 200 = 18000$
۴۰۰	$\frac{60}{40} \times 100 \times 200 = 30000$	$\frac{30}{40} \times 100 \times 200 = 15000$
۶۰۰	$\frac{140}{100} \times 100 \times 400 = 56000$	$\frac{75}{100} \times 100 \times 400 = 30000$
۸۰۰	$\frac{12}{10} \times 100 \times 200 = 24000$	$\frac{7.5}{10} \times 100 \times 200 = 15000$
$\sum P_0 Q_0 = 1000$	$\sum (\frac{P_1}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0) = ۱۳۵۰۰۰$	$\sum (\frac{P_2}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0) = ۷۸۰۰۰$

$$P_{01} = \frac{\sum (\frac{P_1}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0)}{\sum P_0 Q_0} = \frac{135000}{1000} = 135$$

شاخص قیمت‌های سال ۷۹ نسبت به سال ۷۸

$$P_{02} = \frac{\sum (\frac{P_2}{P_0} \times 100 \times P_0 Q_0)}{\sum P_0 Q_0} = \frac{78000}{1000} = 78$$

شاخص قیمت‌های سال ۸۰ نسبت به سال ۷۸