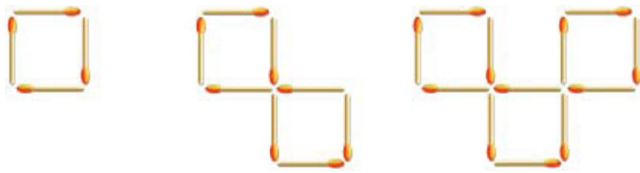


## الگو و دنباله

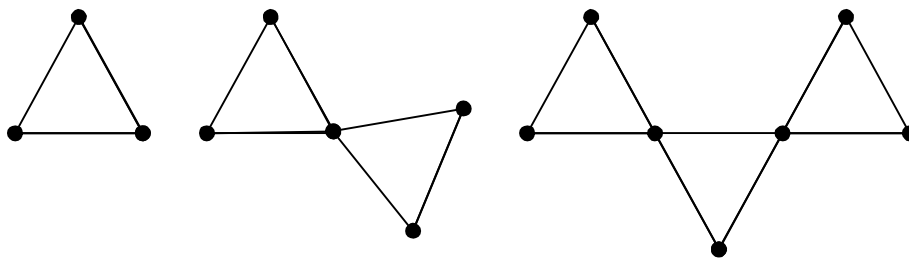
1 - با استفاده از چوب کبریت ها سه شکل زیر ساخته شده است. تعداد چوب کبریت های بکار رفته در شکل  $n$  ام چقدر است.



2 - با استفاده از چوب کبریت ها سه شکل زیر ساخته شده است. تعداد چوب کبریت های بکار رفته در شکل  $n$  ام چقدر است.



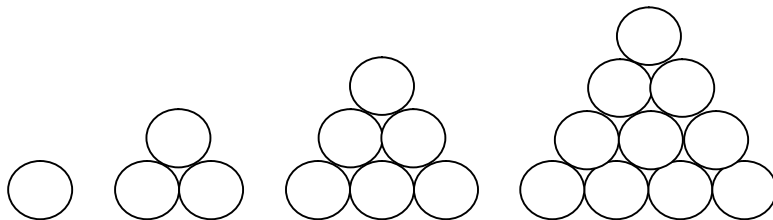
3 - با توجه به سه شکل ساخته شده زیر، تعداد پاره خط های بکار رفته در شکل  $n$  ام چقدر است.



4 - با توجه به چهار شکل ساخته شده زیر:

الف) تعداد دایر های بکار رفته در شکل دهم چقدر است.

ب) تعداد دایر های بکار رفته در شکل  $n$  ام چقدر است.



5 - سه جمله ی بعدی هر یک از دنباله های زیر را نوشته سپس جمله عمومی دنباله را مشخص کنید.

الف) 1, 3, 5, 7, ...

ب)  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$

ج) 0,3,5,8,....

د) 1,3,7,15,31,....

ه) 2,6,12,20,...

و) 7,14,21,28,....

ز)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \dots$

ح) 11,101,1001,10001,....

6- چهار جمله ی اول هر یک از دنباله های زیر که جمله ی عمومی آن داده شده است را بنویسید.

الف)  $a_n = 7n - 5$

ب)  $b_n = 2^n - 1$

ج)  $c_n = \frac{2n}{n+3}$

د)  $d_n = n^n$

ه)  $e_n = (-1)^n n^3$

و)  $f_n = (1 + \frac{1}{n})^n$

7- جمله ی  $n$  ام دنباله ای بصورت  $a_n = \frac{2n+3}{5n-1}$  می باشد. جملات دوم و هفتم و  $(n+1)$  ام این دنباله را

مشخص کنید.

8- جمله ی  $n$  ام دنباله ای بصورت  $a_n = \frac{n^2-13}{n+1}$  می باشد، جمله ی هشتم این دنباله چند است؟ جمله ی

چندم این دنباله برابر 9 می باشد؟

9- جمله ی  $n$  ام دنباله ای بصورت  $a_n = \frac{5n+4}{2n-1}$  می باشد، کدام جمله از این دنباله برابر 3 می باشد؟

10- جمله ی  $n$  ام دنباله ای بصورت  $a_n = \frac{n^2-9}{3^n}$  می باشد، کدام جمله از این دنباله برابر صفر می باشد؟

11- جمله عمومی دنباله ای بصورت  $a_n = \frac{n+3}{7n+3}$  می باشد، آیا جمله ای از این دنباله وجود دارد که مساوی

با  $\frac{1}{5}$  باشد؟ چرا؟

12- جمله ی  $n$  ام دنباله ای بصورت  $a_n = \frac{3n^2-5n}{n+1}$  می باشد، کدام جمله از این دنباله برابر 4 می

باشد؟ (چرا یکی از جوابهایی که برای  $n$  بدست می آید قابل قبول نیست)

- 13- جمله ی  $(2n + 3)$  ام دنباله ای بصورت  $a_n = 5n^2 - n$  می باشد، جمله ی هفتم این دنباله چند است؟
- 14- جمله ی  $(5n + 2)$  ام دنباله ای بصورت  $a_n = \frac{n^2 - 4n}{3^n}$  می باشد، جمله ی هفدهم این دنباله چند است؟
- 15- جمله ی  $(4n - 1)$  ام دنباله ای بصورت  $a_n = 8n + 11$  می باشد، جمله ی  $n$  ام این دنباله بدست آورید.
- 16- در دنباله های بازگشتی زیر پنج جمله ی اول دنباله را مشخص کنید.
- الف)  $a_{n+1} = 3a_n$  ،  $a_1 = 4$
- ب)  $a_{n+1} = a_n + 2$  ،  $a_1 = 5$
- ج)  $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$  ،  $a_1 = a_2 = 1$  (دنباله فیبوناچی)
- د)  $a_{n+2} = a_n + \frac{1}{n}$  ،  $a_1 = 1$  ،  $a_2 = \frac{1}{2}$
- ه)  $a_{n+1} = \sqrt{na_n}$  ،  $a_1 = 1$
- 17- اولاً پنج جمله ی اول دنباله ی بازگشتی زیر را بنویسید،
- $$a_{n+2} = a_n + 4(n-1) \quad , \quad a_1 = 1 \quad , \quad a_2 = 4$$
- ثانیاً جمله ی عمومی این دنباله را پیدا کرده و از روی آن رابطه ی بالا را تحقیق کنید.
- 18- در دنباله ی  $a_1 = 5$  ،  $a_{n+1} = 2a_n$  می باشد، جمله ی عمومی این دنباله را پیدا کنید.
- 19 - دنباله  $\left\{ (-1)^n \times \frac{2^n - 1}{n^2 + 1} \right\}$  مشخص است ، 5 جمله اول این دنباله را بنویسید .
- 20- پنج جمله ی اول دنباله ی  $t_n = \frac{(-1)^n}{2n+1}$  را بنویسید.
- 21- کدام جمله از دنباله  $\frac{3n-1}{5n+7}$  برابر  $\frac{10}{21}$  می باشد.
- 22- جمله ی عمومی دنباله ای  $t_n = \frac{2n+3}{n-3}$  می باشد. جمله چندم این دنباله برابر 5 است.
- 23- اگر  $t_n = \frac{3n+1}{n+1}$  جمله عمومی دنباله ای باشد. جمله چندم این دنباله برابر  $\frac{5}{2}$  می باشد.
- 24- اگر  $a_1 = 2$  و  $a_n = a_{n-1} + 3$  باشد. سه جمله ی دیگر این دنباله را بنویسید.
- 25- جمله ی عمومی دنباله ای به صورت  $t_n = \frac{5n+2}{3n-5}$  میباشد. چندمین جمله ی این دنباله برابر 2 می باشد.

26- جمله عمومی دنباله ای بصورت  $a_n = \frac{5n+3}{n-1}$  می باشد. چندمین جمله این دنباله برابر 7 است.

27- مجموع سه جمله اول دنباله  $a_n = (n-1)(n-2)$  را بدست آورید .

28- چهار جمله اول دنباله زیر را بنویسید .  
 $a_n = \frac{n+1}{n^2+2}$

29- سه جمله دنباله  $a_n = \frac{3n+1}{n+2}$  را مشخص کنید.

30- در دنباله  $a_n = n^2 - n + 3$  مجموع چهار جمله اولیه را حساب کنید.

31- دنباله ی  $\begin{cases} a_n : N \rightarrow R \\ a_n = \frac{n}{n+1} \end{cases}$  مفروض است . کدام جمله از این دنباله برابر  $\frac{4}{5}$  است.

32- اگر  $a_1 = 1$  و  $a_n = a_{n-1} + 5$  باشد چهار جمله ی اول این دنباله را بنویسید.

33- اگر  $a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n - 1$  در اینصورت حاصل  $a_5 - a_7$  را بیابید.

34- دنباله را تعریف کرده سپس مثالی از یک دنباله نامتناهی را ارائه دهید.

35- دنباله ای به صورت  $t_{n+3} = \frac{n+4}{n^2}$  تعریف شده است سه جمله اول آنرا به صورت زوج مرتب بنویسید.

36- جمله دوم و سوم دنباله  $a_n = \frac{(-1)^n + \sqrt[n]{64}}{3n}$  را به دست آورید .

37- اگر  $a_1 = 3$ ،  $a_n = a_{n-1} + n$  ( $n \geq 2$ ) جمله عمومی دنباله ای باشد چهار جمله ی اول آن را بنویسید.

38- در دنباله با جمله ی عمومی  $a_n = 3n^2 - 7$  ، عدد 430 بین کدام دو جمله است .

39- نخستین جمله از دنباله ی  $\left\{\frac{n}{n^2} + 1\right\}$  که کوچکتر از  $(0/1)$  باشد را بیابید .

40- چند جمله دنباله ای با جمله عمومی  $u_n = \frac{2n}{n+1}$  بین  $1$  و  $\frac{5}{3}$  قرار داد آنها را مشخص کنید.

41- جمله عمومی دنباله ای بصورت  $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = 2a_{n-1} + 1 \quad n \geq 2 \end{cases}$  بوده سه جمله اول آنرا بنویسید .

42- جمله چهارم دنباله  $a_{n-1} = 2n+1$  را بدست آورید.

43- سه جمله اول از دنباله  $U_n = (1-\sqrt{2})^n (1+\sqrt{2})^n$  را بنویسید .

44- اگر  $a_1 = -4$  ،  $a_n = 2a_{n-1} + 3$  ، باشد سه جمله دیگر این دنباله را بنویسید .

45- اگر  $a_n = 3n + 2$  جمله عمومی دنباله باشد مقدار  $a_{n+1} - a_n$  را حساب کنید .

### دنباله های حسابی

1- در دنباله های زیر مشخص کنید که کدامیک از دنباله ها ، دنباله ی حسابی هستند؟ قدر نسبت دنباله های حسابی را مشخص کنید.

الف)  $2, 7, 12, 17, \dots$

ب)  $1, \frac{5}{2}, 4, \frac{11}{2}, \dots$

ج)  $-1, 0, 3, 8, 15, \dots$

د)  $9, 5, 1, -3, \dots$

ه)  $3, 6, 12, 24, \dots$

2- در هر یک از حالت های زیر جمله اول و قدر نسبت یک دنباله ی حسابی داده شده است. جمله ی خواسته شده را بدست آورید.

الف)  $a = 6$  ،  $d = \frac{5}{2}$  ،  $a_{17} = ?$

ب)  $a = 81$  ،  $d = -4$  ،  $a_{22} = ?$

ج)  $a = 11$  ،  $d = 7$  ،  $a_{13} = ?$

د)  $a = 2$  ،  $d = -\frac{1}{3}$  ،  $a_9 = ?$

3- دنباله ی حسابی زیر را در نظر بگیرید.

$2, 5, 8, \dots$

الف) جمله بیستم این دنباله را مشخص کنید.

ب) جمله ی چندم این دنباله برابر 53 می باشد.

4- جمله اول یک دنباله ی حسابی 5 و قدر نسبت آن  $-\frac{1}{2}$  می باشد، چهار جمله ی اول این دنباله را

بنویسید.

5- جمله چهارم یک دنباله ی حسابی 9 و قدر نسبت آن 4 می باشد، پنج جمله ی اول این دنباله را بنویسید.

6- دنباله ی زیر به ازای چه مقداری از  $a$  یک دنباله ی حسابی خواهد بود :

$$a, 3a, 7a-2, \dots$$

7- مقدار  $x$  را طوری تعیین کنید که دنباله ی زیر یک دنباله ی حسابی باشد.

$$3-2x, 5+x, 7x+5, \dots$$

8- مقدار  $p$  را طوری تعیین کنید که دنباله ی زیر یک دنباله ی حسابی باشد.

$$p-4, 2p+1, 5p+2, \dots$$

9- کدام جمله از دنباله حسابی زیر برابر با 152 می باشد؟

$$5, 12, 19, \dots$$

10- جمله ی چندم از دنباله حسابی زیر مساوی با صفر می باشد؟

$$-96, -84, -72, -60, \dots$$

11- اگر جمله ی پنجم یک دنباله ی حسابی 23 و جمله ی دوازدهم آن 65 باشد، جمله ی عمومی این دنباله را به دست آورید.

12- جمله ی چهاردهم یک دنباله ی حسابی 63 و جمله ی بیست و پنجم آن 118 می باشد، قدرنسبت این دنباله چقدر است؟

13- در یک دنباله ی حسابی  $a_7 = 28$  و  $a_{13} = 82$  می باشد. جمله ی سوم این دنباله چقدر است؟

14- در یک دنباله ی حسابی  $a_3 + a_{11} = 56$  و  $a_{12} - a_3 = 24$  می باشد. سه جمله ی اول این دنباله را بنویسید.

15- اگر زاویه های مثلثی تشکیل یک دنباله ی حسابی بدهند، اندازه ی زاویه وسطی را بدست آورید.

16- زاویه های داخلی یک پنج ضلعی محدب تشکیل یک دنباله ی حسابی می دهند. اگر کوچکترین زاویه 60 درجه باشد، اندازه ی دیگر زاویه ها را بدست آورید.

17- در دنباله ی حسابی  $x, 70, y, 140$  مقادیر  $x$  و  $y$  را بدست آورید.

- 18- مقدار  $x$  و  $y$  را طوری تعیین کنید که دنباله ی زیر یک دنباله ی حسابی باشد.
- $x+3$  ,  $2x+3y-7$  ,  $5y-x+1$  ,  $4y+7$  , .....
- 19- بین اعداد 3 و 28 چهار عدد چنان درج کنید که شش عدد حاصل تشکیل دنباله ی حسابی بدهند.
- 20- بین اعداد 3- و 17شش واسطه بنویسید که جملات حاصل تشکیل یک دنباله ی حسابی بدهند.
- 21- بین اعداد 11 و 83 هفت واسطه بنویسید که جملات حاصل تشکیل یک دنباله ی حسابی بدهند.
- 22- در یک دنباله ی حسابی مجموع جمله های هشتم و هیجدهم برابر 48 می باشد، جمله سیزدهم این دنباله جقدر است.
- 23- در یک دنباله ی حسابی مجموع جمله های سوم ودهم و بیستم برابر 90 می باشد، جمله یازدهم این دنباله چه عددی می تواند باشد.
- 24- در یک دنباله ی حسابی  $a_2 + a_8 = 36$  ، آنگاه  $a_2 + a_5 + a_8$  برابر چه عددی خواهد بود.
- 25- در یک دنباله ی حسابی  $a = 5$  و  $a_{n+1} = a_n + 2$  می باشد. جمله ی عمومی این دنباله را به دست آورید.
- 26- مجموع سه عدد که تشکیل یک دنباله ی حسابی می دهند برابر 24 و حاصل ضرب آنها برابر 312 می باشد، آن اعداد کدامند؟
- 27- مجموع پنج عدد که تشکیل یک دنباله ی حسابی می دهند برابر 10 و حاصل ضرب آنها برابر 1440 می باشد، آن اعداد کدامند؟
- 28- سه عدد را بیابید که تشکیل یک دنباله ی حسابی بدهند و مجموع آنها 21 و مجموع مربعاتشان 179 باشد.
- 29- اگر  $a$  ،  $b$  و  $c$  سه جمله ی متوالی یک دنباله ی حسابی باشند ثابت کنید که  $a^2 + ab + b^2$  و  $b^2 + bc + c^2$  و  $c^2 + ca + a^2$  نیز جمله ها ی متوالی یک دنباله ی حسابی می باشند.
- 30- جمعیت شهری ده سال پیش 25000 نفر بوده است اگر هر سال 320 نفر به جمعیت این شهر اضافه شود جمعیت شهری ده سال بعد چند نفر خواهد بود؟
- 31- بین دو عدد 18 و 33 چهار عدد را چنان بنویسید که شش عدد حاصل تصاعد عددی تشکیل دهند .

- 32 - جمله پنجم تصاعدی 17 و جمله دوازدهم آن 52 است. این تصاعد را مشخص کنید.
- 33 - اگر جمله ی هفتم یک تصاعد حسابی 20 و مجموع پنج جمله ی اول آن 40 باشد جمله ی دهم آن را مشخص کنید.
- 34 - در یک تصاعد حسابی جمله ی ششم 20 و جمله ی یازدهم 30 می باشد. جمله ی هفتم را تعیین کنید.
- 35 - جمله ی چهارم و هفتم از یک تصاعد حسابی به ترتیب 5 و 14 می باشد. مطلوب است:
- الف) جمله اول      ب) قدر نسبت این تصاعد.
- 36 -  $m$  را چنان تعیین کنید که سه عدد  $2m-4$  و  $3m-5$  و  $m+1$  یک تصاعد عددی را تشکیل دهند.
- 37 - اگر اعداد  $6, 2, -2, \dots$  جملات یک تصاعد حسابی باشند:
- الف) جمله ی یازدهم این تصاعد چیست.      ب) مجموع ده جمله اول این تصاعد را حساب کنید.
- 38 - مقدار  $x$  را چنان بیابید که  $16-x$  و  $2x+3$  و  $x+2$  سه جمله متوالی یک تصاعد حسابی باشند.
- 39 - جمله پنجم یک دنباله عددی 17 و جمله دوازدهم آن 52 است. جمله اول و قدر نسبت را بدست آورید.
- 40 - در یک تصاعد حسابی  $a_7 - a_{11} = 12$  می باشد قدر نسبت آن چقدر است.
- 41 - کدام جمله از تصاعد حسابی  $\dots, -78, -91, -104$  برابر صفر است.
- 42 - واسطه حسابی دو عدد  $a+5$  و  $a+3$  برابر 10 باشد  $a$  را بیابید.
- 43 - در یک تصاعد عددی  $t_3 = 5$  و  $t_7 - t_3 = 20$  می باشد، تصاعد را مشخص کنید.
- 44 - در یک تصاعد حسابی  $t_3 + t_7 = 80, t_4 + t_{11} = 105$  تصاعد را مشخص کنید.
- 45 -  $a$  را چنان تعیین کنید که سه جمله ی زیر یک تصاعد حسابی تشکیل دهند.
- $a^2 + 2, a^2 + 8, 12a - 6$
- 46 - بین دو عدد  $-7$  و  $23$  پنج واسطه ی حسابی درج کنید.
- 47 - در یک تصاعد حسابی با قدر نسبت 2، جمله هفتم پنج برابر جمله دوم است، جمله اول آن را بدست آورید.



48- در یک تصاعد حسابی جمله هفتم چهار برابر جمله دوم و مجموع جمله اول و دوم این تصاعد 7 است قدر نسبت و جمله اول این تصاعد را مشخص کنید .

49- سه عدد تشکیل تصاعد حسابی می دهند اگر مجموع آن ها 12 و حاصل ضرب آن ها 28 باشد آن سه عدد را پیدا کنید .

50- در یک تصاعد عددی جمله اول 5 و قدر نسبت 7 است عدد 138 چندمین جمله آن است .

51- جمله اول یک تصاعد عددی  $m$  و جمله پنجم آن 3 برابر جمله سوم باشد قدر نسبت آن را بر حسب  $m$  به دست آورید .

52- کدام جمله از تصاعد حسابی  $104, -91, -78, 000$  مساوی صفر است .

53- جمله عمومی دنباله  $t_n = 5n - 3$  می باشد .

(الف) چهار جمله ی اول این دنباله را بنویسید .

(ب) دنباله فوق تصاعد حسابی است یا هندسی .

(ج) جمله چندم این دنباله 47 است .

54 - در تصاعد 105 و 000 و 21 و 14 و 7 چند جمله وجود دارد .

55- در یک تصاعد عددی مجموع 12 جمله اول آن 138 و جمله هشتم آن 10 است تصاعد را مشخص کنید.

56 - جمله ی ششم یک تصاعد عددی 6 و جمله دهم آن دو برابر جمله ی ششم است ، تصاعد را مشخص کنید .

57 - مجموع پنج جمله اول یک تصاعد حسابی 25 و جمله هفتم آن 13 می باشد تصاعد را مشخص کنید .

### **دنباله های هندسی**

1- کدامیک از دنباله های زیر یک دنباله ی هندسی است؟ قدر نسبت این دنباله های هندسی را مشخص کنید.

(الف)  $2, -6, 18, \dots$

(ب)  $3, 5, 9, 17, \dots$

(ج)  $12, 3, \frac{3}{4}, \frac{3}{16}, \dots$

د) 5, 10, 20, 40, ...

ه)  $\frac{1}{72}, \frac{-1}{12}, \frac{1}{2}, -3, \dots$

و) 2, 6, 24, 120, ...

2- جمله ی هفتم هر یک از دنباله های هندسی زیر را بنویسید.

الف) 12, 18, 27, ...

ب) 54, -18, 6, ...

ج)  $2, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \dots$

3- جمله ی سوم یک دنباله ی هندسی 12 و جمله ی ششم آن 96 می باشد این دنباله را مشخص کنید.

4- در یک دنباله ی هندسی جمله ی پنجم 36 و جمله ی هشتم آن 288 است. جمله ی سوم این دنباله را

بنویسید.

5- در یک دنباله ی هندسی جمله ی پنجم 47 و جمله ی هشتم آن 423 است. قدر نسبت این دنباله را

مشخص کنید.

6- اگر  $a, b, c$  سه جمله ی متوالی یک دنباله ی هندسی باشند، ثابت کنید که  $b^2 = ac$

7- مقدار  $x$  را چنان تعیین کنید تا هر دسته از اعداد زیر تشکیل یک دنباله ی هندسی بدهند.

الف)  $2, x, 12\frac{1}{2}, \dots$

ب)  $27, x, 56\frac{1}{3}, \dots$

ج)  $6\frac{1}{8}, x, 9\frac{71}{18}, \dots$

8-- مقدار  $x$  را طوری تعیین کنید که دنباله ی زیر یک دنباله ی هندسی باشد.

$4x-3, 2x+5, x+4, \dots$

9- مقدار  $a$  را طوری تعیین کنید که جمله های زیر جمله های متوالی یک دنباله ی هندسی باشد.

$a+2, 4a+1, 13a-2, \dots$

10- اگر  $8+11p, 3p, p-2$  جمله های متوالی یک دنباله ی هندسی باشند، مقدار  $p$  را تعیین کنید.

11- بین اعداد 2 و 162 سه عدد چنان درج کنید که پنج عدد حاصل تشکیل دنباله ی هندسی بدهند.

12- بین اعداد 3 و 384 شش عدد چنان درج کنید که هشت عدد حاصل تشکیل دنباله ی هندسی بدهند.

13- بین اعداد 6 و  $\frac{64}{81}$  چهار واسطه بنویسید که جملات حاصل تشکیل یک دنباله ی هندسی بدهند.

14- چهار جمله بین  $\frac{3}{8}$  و  $\frac{128}{81}$  چنان درج کنید که شش عدد حاصل تشکیل دنباله ی هندسی بدهند.

15- دنباله ی هندسی زیر را در نظر بگیرید.

3,6,12,...

الف) جمله هفتم این دنباله را مشخص کنید.

ب) جمله ی چندم این دنباله برابر 1536 می باشد.

16- اگر حاصل ضرب جمله های دوم و هشتم یک دنباله ی هندسی برابر 64 باشد، جمله ی پنجم این دنباله

چه عددی می تواند باشد؟

17- جمله ی ششم یک دنباله ی هندسی مساوی با 27 برابر جمله سوم آن است. نسبت جمله ی پانزدهم به

جمله ی نهم را حساب کنید.

18- جمله ی چندم از دنباله هندسی زیر مساوی با  $\frac{8}{5}$  می باشد؟

$\frac{1}{320}, \frac{1}{160}, \frac{1}{80}, \dots$

19- نشان دهید که دو دنباله ی هندسی می توان یافت که در هر یک از آنها جمله هفتم مساوی با 16 برابر

جمله پنجم باشد و مجموع سه جمله اول مساوی با 273 باشد. سپس جمله چهارم هر یک از این دو دنباله را

بنویسید.

20- سه جمله ی متوالی از یک دنباله ی هندسی را بیابید که مجموعشان 62 و حاصل ضربشان 1000

باشد.

21- اگر  $a, b, c$  سه جمله ی متوالی یک دنباله ی هندسی باشند، درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید:

$$(a + b + c)(a - b + c) = a^2 + b^2 + c^2$$

22- اگر  $a, b, c$  و  $d$  جمله های متوالی یک دنباله ی هندسی باشند، درستی رابطه های زیر را ثابت کنید:

الف)  $(b - c)^2 = ac + bd - 2ad$

ب)  $(b - c)^2 + (c - a)^2 + (d - b)^2 = (a - d)^2$

23- سه عدد  $a, b, c$  که مجموع آنها 15 می باشد جمله های متوالی یک دنباله ی هندسی هستند اگر  $a, b, c$  تشکیل دنباله حسابی دهند  $a, b, c$  را تعیین کنید.

24- اگر  $a, b, c$  هم تشکیل دنباله حسابی دهند و هم تشکیل دنباله هندسی.  $a$  و  $b$  و  $c$  چه رابطه ای با هم دارند؟ قدر نسبت هر یک از دنباله ها را تعیین کنید.

25- مقدار  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که جمله های زیر جمله های متوالی یک دنباله ی هندسی باشد.  
 $a + 14, a + 2, a - 4, a - 7b$

26- در دنباله ی هندسی که جمله ی عمومی آن  $a_n = 3 \times 2^{n-1}$  است. هر یک از عددهای 192 و 768 جمله های مرتبه ی چندم دنباله هستند؟

27- در یک دنباله هندسی جمله اول با قدر نسبت برابر است. و جمله عمومی دنباله  $a_n = 3^{2n}$  است. قدر نسبت دنباله را بدست آورید.

28- سه عدد  $a$  و  $b$  و 1 تشکیل یک دنباله حسابی می دهند اگر 4 واحد به عدد  $b$  اضافه کنیم یک دنباله هندسی حاصل می شود. مقادیر  $a$  و  $b$  را مشخص کنید.

29- در یک دنباله هندسی جمله اول 4- و قدر نسبت 5- می باشد. نخستین جمله ای که از 4000 است دارای چه مرتبه ای است؟ و نخستین جمله ی کوچکتر از 4000- در چه مرتبه هایی قرار دارند؟

30- حاصل ضرب پنج جمله اول یک دنباله هندسی  $7^5 \times 2^{10}$  است. جمله سوم این دنباله را مشخص کنید.

31- در مربعی به ضلع 2 وسطهای اضلاع را به هم وصل می کنیم تا مربعی جدید بدست آید. در مربع بدست آمده مجدداً وسطهای اضلاع را به هم وصل می کنیم و این عمل را چهار بار تکرار می کنیم.

الف) مساحت کوچکترین مربع بدست آمده چقدر است؟

ب) محیط کوچکترین مربع بدست آمده چقدر است؟

32- در یک تصاعد هندسی جمله سوم 18 و جمله ششم 486 می باشد مجموع 7 جمله اول آن را حساب کنید .

33- ثابت کنید که اگر  $C$  و  $B$  و  $A$  به ترتیب سه جمله متوالی یک تصاعد هندسی باشد اعداد  $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C}$  نیز تشکیل تصاعد هندسی می دهد .

34- جمله دوم یک تصاعد هندسی -6 و جمله پنجم آن 48 است:

اولاً: جمله هفتم را محاسبه کنید

ثانیاً: مجموع پنج جمله اول تصاعد چقدر است .

35 - در یک تصاعد هندسی جمله سوم 12 و جمله ششم آن 96 می باشد جمله اول آن را تعیین کنید. سپس تصاعد را مشخص کنید.

36- الف) واسطه (میانگین) هندسی دو عدد 50 و یکی از آنها 4 برابر دیگری است آن دو عدد را تعیین کنید.

ب) حاصلضرب 5 جمله اول یک تصاعد هندسی برابر  $3^{10} \times 2^5$  است جمله سوم را تعیین کنید.

37- بین دو عدد 6 و 486 سه عدد قرار دهید که 5 عدد حاصل جملات متوالی یک تصاعد هندسی باشند.

38 - چهار جمله اول یک تصاعد هندسی را مشخص کنید که جمله سوم آن 36 و جمله ششم آن 972 باشد.

39 - اگر  $m - 1, 2m + 8, 5m + 11$  جملات متوالی یک تصاعد هندسی باشند  $m$  را بیابید .

40- در یک تصاعد هندسی مجموع جملات سوم و ششم برابر است با دو برابر مجموع جملات چهاردهم و هفتم قدر نسبت این تصاعد را بدست آورید .

41 - قدر نسبت تصاعد هندسی 2 و جمله اول آن 3 است . جمله چندم آن 96 است .

42 - در یک تصاعد هندسی جمله سوم 12 و جمله ششم 96 است تصاعد را مشخص کنید .

43 - در یک تصاعد هندسی جمله سوم و ششم بترتیب 9 و 72 باشند قدر نسبت تصاعد را حساب کنید .

44 - واسط هندسی بین دو عدد  $2^3 \times 5 \times 7^2$  و  $2 \times 5^3 \times 11^2$  را بیابید .

45- اگر  $x-1, x+2, 3x$  سه جمله ی متوالی یک تصاعد هندسی باشند  $x$  چقدر است.

46- مجموع 5 جمله از این تصاعد هندسی با قدر نسبت 2 برابر 124 است. جمله اول این تصاعد را بنویسید.

47- مجموع سه جمله اول یک تصاعد هندسی 31 و حاصلضرب همان سه عدد 125 می باشد آن سه عدد را به دست آورید.

48- در یک تصاعد هندسی جمله سوم 120 و جمله ششم آن 960 است مطلوبست جمله 8 این تصاعد.

49- جمله سوم یک تصاعد هندسی  $\frac{3}{8}$  و جمله دوم آن 64 برابر جمله پنجم آن است. این تصاعد را مشخص کنید.

50- بین دو عدد 3 و 243 سه واسطه ی هندسی درج کنید.

51- در یک تصاعد هندسی جمله چهارم 6 و جمله هشتم 96 می باشد.

الف) قدر نسبت را به دست آورید.

ب) بین دو عدد 9 و 36 واسطه ی هندسی را درج کنید.

52- اگر  $t_1 = x - 4$  و  $t_2 = 2x - 4$  و  $t_3 = 4x + x$  ، جمله های یک تصاعد هندسی باشند:

اولا:  $x$  را حساب کنید. ثانيا: جمله ی ششم تصاعد را به دست آورید.

53 - جمله دوم یک تصاعد هندسی 2- و جمله پنجم آن 32- است این تصاعد را مشخص کنید .

54 - در تصاعد حسابی ... و 3 و 1 و 1- و 3- مطلوبست :

الف) قدر نسبت تصاعد ب) جمله شانزدهم

55 - جمله دوم یک تصاعد هندسی برابر 6 و جمله پنجم آن برابر 162 می باشد . قدر نسبت و جمله دهم آن را بدست آورید .

56 - جمله ی هشتم تصاعد هندسی مقابل را بنویسید. ... ، 6 ، -18 ، 54

57- جمله ی هفتم یک تصاعد هندسی مساوی هشت برابر جمله ی چهارم آن است نسبت جمله ی دوازدهم به جمله ی هشتم آن را حساب کنید.

58 - در یک تصاعد هندسی دو برابر جمله نهم برابر مجموع جملات هفتم و هشتم است ، جمله چهاردهم چند برابر جمله دوازدهم است .

59- در یک تصاعد هندسی حاصل ضرب جمله چهارم و ششم برابر 8 می باشد جمله پنجم تصاعد را به دست آورید .

60- چهار جمله بین  $\frac{3}{8}$ ،  $\frac{128}{81}$  چنان درج کنید که شش جمله ی حاصل تشکیل تصاعد هندسی دهند .

### دنباله تقریبات اعشاری

1- در مورد هر یک از دنباله های زیر حدس بزنید جملات این دنباله ها به چه عددی نزدیک می شوند و با تشکیل دنباله ی تفاضل حدس خود را بیازمایید.

الف) ..... ، 2/0002 ، 2/002 ، 2/02 ، 2/2 (الف)

ب) ..... ، 3/999 ، 3/99 ، 3/9 (ب)

ج) ..... ، 1/4999 ، 1/499 ، 1/49 (ج)

د) ..... ، 5/2001 ، 5/201 ، 5/2 (د)

2- جملات دنباله تقریبات اعشاری اعداد زیر را تا 4 جمله بنویسید.

الف)  $\frac{5}{6}$

ب)  $\frac{21}{17}$

ج)  $\frac{14}{19}$

د)  $\frac{22}{7}$

3- با تقسیم 1 بر 6 خارج قسمت های به دست آمده در هر مرحله را در یک دنباله بنویسید. این دنباله به چه عددی نزدیک می شود؟ دلیل خود را ارائه دهید.

4- با تقسیم 3 بر 7 خارج قسمت های به دست آمده در هر مرحله را در یک دنباله بنویسید. این دنباله به چه عددی نزدیک می شود؟ دلیل خود را ارائه دهید

5- با تقسیم 11 بر 13 خارج قسمت های به دست آمده در هر مرحله را در یک دنباله بنویسید. این دنباله به چه عددی نزدیک می شود؟ دلیل خود را ارائه دهید

6- اگر  $x$  عددی باشد که در نامعادلات زیر صدق می کند، چهار جمله ی اول دنباله ی تقریبات اعشاری آن را بنویسید.

الف)  $327 < 100x - 1/14$  ,  $8x + 2/134 < 23/118$

ب)  $2 - 5x < 20/623$  ,  $3x + 0/4259 < 14$

ج)  $20x - 5/4864 < 20$  ,  $2x + 5/0024 < 6x - 0/097$

7- ابتدا جملات دنباله  $a_n = \frac{10^n + 2}{10^n}$  را نوشته سپس مشخص دهید جملات این دنباله به چه عددی نزدیک می شوند.

8- ابتدا جملات دنباله  $a_n = \frac{10^n + 1}{5 \times 10^n}$  را نوشته سپس نشان دهید جملات این دنباله به عدد  $\frac{1}{5}$  نزدیک می شوند.

### رادیکالها (ریشه گیری)

1- عبارت های زیر را بصورت رادیکال بنویسید.

الف)  $5^{\frac{4}{5}}$  ,  $6^{\frac{1}{4}}$  ,  $10^{\frac{2}{3}}$  ,  $(-10)^{\frac{2}{3}}$

ب)  $(0/75)^{\frac{4}{5}}$  ,  $(\frac{3}{8})^{\frac{1}{2}}$  ,  $(0/25)^{0/25}$

ج)  $3x^{\frac{1}{2}}$  ,  $(3x)^{\frac{1}{2}}$  ,  $\frac{1}{5}y^{\frac{1}{5}}$  ,  $-y^{\frac{2}{3}}$  ( $x > 0$ )

د)  $3^{0/5}$  ,  $6^{2/5}$  ,  $(\frac{-3}{5})^{-0/6}$  ,  $(\frac{1}{7})^{-1/5}$

ه)  $ab^{\frac{6}{7}}$  ,  $5(x-y)^{-1/5}$  ,  $2x(x+y)^{\frac{1}{9}}$

2- رادیکالهای زیر را بصورت توان گویا بنویسید.

الف)  $\sqrt{5}$

ب)  $\sqrt[3]{27^2}$

ج)  $\sqrt{0/4}$

د)  $\sqrt[5]{43^4}$

ه)  $\sqrt[6]{\frac{1}{128}}$

و)  $\sqrt[8]{3^{-7}}$



ز)  $\sqrt[8]{64}$

ح)  $\sqrt[6]{4x^2 + y^2}$

ط)  $\frac{1}{\sqrt[3]{5^{-2}}}$

ی)  $\sqrt[3]{4b^5}$

3- حاصل عبارتهای زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

الف)  $81^{\frac{1}{2}}$

ب)  $27^{\frac{1}{3}}$

ج)  $49^{\frac{1}{2}}$

د)  $64^{\frac{3}{4}}$

ه)  $8^{\frac{4}{3}}$

و)  $-0/04^{\frac{3}{2}}$

ز)  $0/01^{-2/5}$

ح)  $\left(\frac{81}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$

4- ریشه گیری های زیر را بر حسب توان های گویا بنویسید و پس از ساده کردن مجدداً بر حسب ریشه گیری بنویسید.

الف)  $\sqrt[3]{\sqrt{2}}$

ب)  $\sqrt[8]{\sqrt[4]{12}}$

ج)  $\sqrt[5]{\sqrt{3}}$

د)  $\sqrt[5]{2\sqrt{2}}$

ه)  $\sqrt[3]{4\sqrt{5}}$

و)  $\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}}$

ز)  $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}$

ح)  $\sqrt[3]{7^4\sqrt{7^3\sqrt{2}}}$

ط)  $\sqrt{\frac{12}{\sqrt[3]{4}}}$

ی)  $\sqrt[6]{\frac{9}{\sqrt[5]{9}}}$

ک)  $\sqrt[3]{\frac{10}{\sqrt[4]{10}}}$

م)  $\sqrt{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{12}}$

ن)  $\sqrt[8]{3 \times \sqrt[3]{81}}$

س)  $\sqrt[3]{5\sqrt{2}} \div \sqrt{2\sqrt[3]{5}}$

ع)  $(4^5\sqrt[3]{\sqrt{2}} + 3^{10}\sqrt[3]{2} + 5^{15}\sqrt{2}) \div \sqrt[6]{\sqrt{2}}$

5- دانش آموزی برای تبدیل عبارت  $\sqrt[3]{-2}$  به فرجه 6 به صورت زیر عمل کرد:

$$\sqrt[3]{-2} = (-2)^{\frac{1}{3}} = (-2)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-2)^2}$$

به نظر شما دانش آموز کجای مسئله را اشتباه نوشته است؟ جواب درست را بنویسید.

6- عبارتهای زیر را بصورت یک عدد رادیکالی با فرجه 2 بنویسید.

- |                       |                      |
|-----------------------|----------------------|
| الف) $\sqrt[9]{16^2}$ | ب) $\sqrt[10]{49^2}$ |
| ج) $\sqrt[9]{27}$     | د) $\sqrt[10]{4}$    |
| ه) $\sqrt[20]{32}$    | و) $\sqrt[16]{7^6}$  |

7- عبارتهای زیر را بصورت یک عدد رادیکالی با فرجه 3 بنویسید.

- |                        |                    |
|------------------------|--------------------|
| الف) $\sqrt[12]{25^3}$ | ب) $\sqrt[6]{8}$   |
| ج) $\sqrt[10]{16}$     | د) $\sqrt[14]{81}$ |
| ه) $\sqrt[8]{11^2}$    | و) $\sqrt[6]{125}$ |

8- عبارتهای زیر را بصورت یک عدد رادیکالی با فرجه 4 بنویسید.

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| الف) $\sqrt[5]{7}$   | ب) $\sqrt[12]{64}$   |
| ج) $\sqrt[18]{36^3}$ | د) $\sqrt[3]{49}$    |
| ه) $\sqrt[9]{27}$    | و) $\sqrt[20]{25^2}$ |

9- عبارتهای زیر را بصورت یک عدد رادیکالی با فرجه 5 بنویسید.

- |                      |                             |
|----------------------|-----------------------------|
| الف) $\sqrt[6]{4}$   | ب) $\sqrt[8]{16}$           |
| ج) $\sqrt[15]{32}$   | د) $\sqrt[20]{9^3}$         |
| ه) $\sqrt[12]{49^2}$ | و) $\sqrt[7]{5^{\sqrt{5}}}$ |

10- حاصل عبارتهای زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

- الف)  $3^{\sqrt{5}} \times 3^{2\sqrt{5}}$
- ب)  $4^{3\sqrt{2}} \div 4^{2\sqrt{3}}$
- ج)  $((\sqrt{5})^{\sqrt{2}})^{\sqrt{3}}$
- د)  $(4\sqrt{7})^{\sqrt{3}} \times 4^{\sqrt{2}}$
- ه)  $(5^{4+\sqrt{7}})^{4-\sqrt{7}}$

و)  $\frac{7^{\sqrt{6}} \times 7^{\sqrt{6}+1}}{49^{\sqrt{6}-1}}$

ز)  $(2 - \sqrt{5})^{2-\sqrt{3}} \times (2 + \sqrt{5})^{\frac{1}{2+\sqrt{3}}}$

ح)  $(\sqrt[3]{\sqrt{7}+3})^{\sqrt{7}} \times (\sqrt[3]{\sqrt{7}-3})^{\sqrt{7}} \times (\sqrt[3]{4})^{\sqrt{7}}$

ط)  $(3^{\sqrt{2}} + 3^{\sqrt{2}+1} + 3^{\sqrt{2}+2}) \times 13^{\sqrt{2}-1}$

ی)  $5^{2+\sqrt{3}} \times 6^{\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}}$

ک)  $\frac{27^{2\sqrt{3}+1} + 81^{\sqrt{3}}}{3^{3(\sqrt{3}+1)}}$

ل)  $\frac{4^{\sqrt{5}+2} \times 25}{2^{2\sqrt{5}+2} \times 10^{\sqrt{5}-1}}$

م)  $(3\sqrt{3})^{\sqrt{10}} + 2 \times (\sqrt{3})^{3\sqrt{10}}$

11- اگر  $a = 2^{3\sqrt{2}+3}$  و  $b = 8^{\sqrt{2}+2}$  باشد، بین  $a$  و  $b$  چه رابطه ای برقرار است؟

12- اگر  $x$  عددی مثبت باشد، مقدار  $x$  را از معادله های زیر پیدا کنید.

الف)  $\sqrt{x} \times \sqrt[3]{x} = \sqrt[6]{7}$

ب)  $(\sqrt{3})^x = \sqrt[3]{4\sqrt{9}}$

ج)  $x^{\sqrt{3}} = 2$

د)  $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} = \sqrt[8]{16}$

ه)  $(3x)^{\sqrt{2}} = 5$

و)  $x^{\sqrt{2}-1} = 7$

ز)  $x^{\sqrt{20}} - 4x^{\sqrt{5}} + 5 = 0$

13- اگر  $3^x = \sqrt{2}$  و  $2^y = \sqrt{3}$  باشد حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

الف)  $\frac{27^{x-1}}{8^y}$

ب)  $9^x + 16^y$

14- با فرض  $2^x = \sqrt[3]{5}$  و  $5^y = \sqrt[4]{2}$  باشد، نشان دهید که  $xy = \frac{1}{12}$