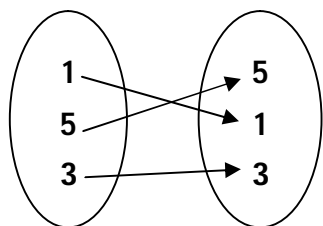


1- برای تابع  $f(x) = 2x$  دو نمودار رسم کنید بطوریکه در نمودار اول دامنه مجموعه اعداد صحیح ولی در نمودار دوم دامنه مجموعه اعداد حقیقی بین 1 و 3 باشد. آیا برد تابع در هر دو نمودار یکی است؟

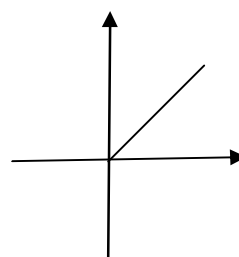
2- دامنه تابع همانی  $f(x) = x$  را که به صورتهای مختلف نمایش داده شده است را مشخص کنید.

(ب)



(الف)

$x$	-10	2	$\frac{1}{3}$	$\sqrt{5}$	0
$y$	-10	2	$\frac{1}{3}$	$\sqrt{5}$	0



(ج)

3- با توجه به دامنه داده شده در هر قسمت تابع همانی مربوط به آن را رسم کنید.

(الف)  $D = (-1, 3)$  (ب)  $D = [0, 5]$  (ج)  $D = \{0, 1, 2, 3\}$  (د)  $D = R - Z$

4- اگر  $f(x) = x^2 + 6x - 1$  باشد، مقادیر  $f(1)$ ،  $f(-3)$  و  $f(2x)$  را حساب کنید.

5- اگر  $f(x) = x^2 + x$  باشد، مقدار  $f(x - 3)$  را تعیین کنید.

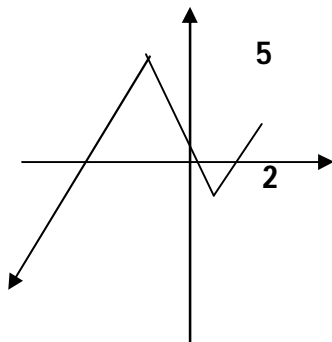
6- با فرض  $f(x) = x^2$  حاصل  $\frac{f(h+2) - f(2)}{h}$  را پیدا کنید.

7- اگر  $f(x) = x^2 + 3ax - 1$  و  $f(1) = 2$  باشد، مقدار  $a$  را بدست آورید.

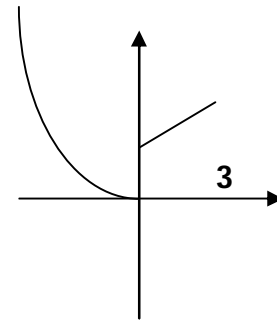
8- اگر  $f(x) = x^3 - 2ax^2 + b + 3$  و  $f(0) = 1$  و  $f(-1) = 4$  باشد، مقادیر  $a$  و  $b$  را بدست آورید.

9- اگر  $f(x) = x^4 - 3ax^3 + 4x^2 + 2bx + 1$  و  $f(1) = 7$  و  $f(-2) = 1$  باشد، مقادیر  $a$  و  $b$  را بدست آورید.

10- دامنه و برد تابع های زیر را پیدا کنید.



(ب)



(الف)

11- تابع خطی  $f$  را چنان بیابید که  $f(x+2) = f(x) - 4$  و  $f(3) = 2$  باشد.

12- در یک تابع خطی که نمودار آن از مبدأ مختصات می گذرد، داریم:  $2f(ab) = f(a).f(b)$  ،  $(a, b \in R)$  این تابع را مشخص کنید.

13- اگر  $f(x) = 2x + 3$  یک تابع خطی باشد، درستی روابط زیر را بررسی کنید.

(الف)  $f(a+b) = f(a) + f(b)$

(ب)  $f(2x) = 2f(x) - 3$

(ج)  $f(x+3) = f(x) + 6$

14- اگر  $f(x+1) = 7x - 5$  باشد، مقادیر  $f(4)$  و  $f(-3)$  را محاسبه کنید.

15- اگر  $f(x-2) = 4x + 3$  باشد، مقدار  $f(x)$  را محاسبه کنید.

16- برای هر یک از روابط زیر یک معادله (نمایش جبری) بنویسید و نشان دهید که توابعی چندجمله ای می باشند؟

(الف) مساحت مربع بر حسب طول ضلع آن

(ب) محیط مثلث متساوی الاضلاع بر حسب طول ضلع آن

(ج) حجم مکعب بر حسب طول ضلع آن

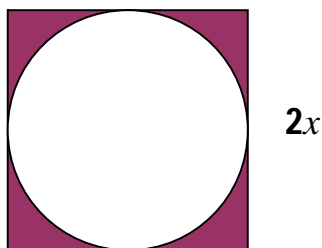
(د) مساحت مثلث متساوی الاضلاع بر حسب طول ضلع آن

(ه) مساحت شش ضلعی منتظم بر حسب طول ضلع آن

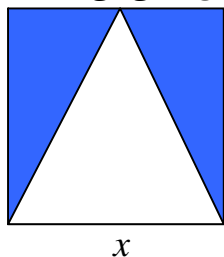
(و) محیط دایره بر حسب اندازه ی شعاع آن

(ز) مساحت دایره بر حسب اندازه ی شعاع آن

17- در شکل مقابل مساحت قسمت رنگی را بصورت تابعی بر حسب  $x$  بنویسید. این تابع چه نوع تابعی می باشد؟

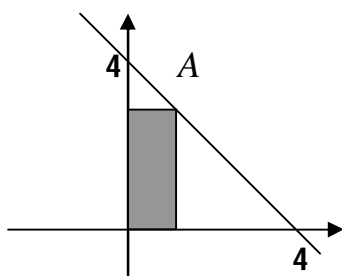


18- در شکل مقابل مساحت قسمت رنگی را بصورت تابعی بر حسب  $x$  بنویسید. این تابع چه نوع تابعی می باشد؟



19- استوانه ای به شعاع  $r$  و به ارتفاع  $h$  مفروض است. اگر ارتفاع استوانه دو برابر شعاع باشد. حجم استوانه را:  
 الف) به صورت تابعی بر حسب  $r$  بنویسید.  
 ب) به صورت تابعی بر حسب  $h$  بنویسید.  
 ج) دامنه تابع را در هر دو حالت الف و ب پیدا کنید.

20- نقطه  $A = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  روی خط  $x + y = 4$  قرار دارد. با توجه به شکل مساحت مستطیل را بصورت تابعی بر حسب  $x$  نوشته و نوع تابع و نیز دامنه تابع را بدست آورید.



21- اگر تابع  $g$  حاصلضرب سه عدد صحیح متوالی باشد، معادله تابع را نوشته، نوع تابع و دامنه آنرا مشخص کنید.

22- در تابع  $f(x) = x^4 - 2ax^4 + x^2 + 3ax + 1$  داریم  $f(1) = 3$ . مقدار  $a$  را بدست آورده و درجه تابع را مشخص کنید.

23- اگر نمودار تابع  $f(x) = ax^3 - 2ax^2 + (a+b)x + 2b - 1$  از مبدا مختصات بگذرد و  $f(2) = 5$  باشد، مقادیر  $a$  و  $b$  را بدست آورید.

24- اگر  $f(x) = ax^2 + bx + c$  یک تابع چندجمله ای از درجه دو باشد، مقادیر  $a$ ،  $b$  و  $c$  را طوری بیابید که

نمودار تابع محور  $y$  ها را در نقطه ای به عرض 3 و محور  $x$  ها را در نقطه ای به طول 2 قطع کند و از نقطه ی  $A \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$  نیز بگذرد.

25- اگر  $f(x^2 + 1) = x^2 + 5$  باشد، مقدار  $f(5)$  را محاسبه کنید.

26- اگر  $f(x + \frac{1}{x}) = x^2 + \frac{1}{x^2}$  باشد، مقدار  $f(x)$  را محاسبه کنید.

27- اگر  $2f(x^3) + f(-x^3) = 2x$  باشد، در اینصورت  $f(x)$  را بیابید.

28- اگر  $f(5x - 3) + 3f(3 - 5x) = x^2$  باشد، مقدار  $f(x)$  را بیابید.

29- نمودار تابع  $f(x) = |x|$  را در هر یک از حالت‌های زیر رسم کنید.

الف) دامنه تابع مجموعه ی  $D = \{-1, 0, 1\}$  باشد.

ب) دامنه تابع بازه ی  $D = [0, +\infty)$  باشد.

ج) دامنه تابع بازه ی  $D = [-2, 3]$  باشد.

30- به کمک انتقال نمودار تابع  $f(x) = |x|$  نمودار توابع زیر را رسم کرده سپس دامنه و برد آن ها را مشخص کنید.

$$y = |x| + 3 \quad \text{ب)}$$

$$y = |x + 2| \quad \text{الف)}$$

$$y = -|x| + 1 \quad \text{د)}$$

$$y = |x - 1| + 2 \quad \text{ج)}$$

$$y = 2|x| - 1 \quad \text{و)}$$

$$y = -|x + 3| \quad \text{ه)}$$

31- نمودار تابع های زیر را به کمک نقطه یابی رسم کرده و دامنه و برد آن ها را مشخص کنید.

$$y = \left| \frac{1}{3}x \right| \quad \text{ب)}$$

$$y = |2x| \quad \text{الف)}$$

$$y = -2|x| + 1 \quad \text{د)}$$

$$y = |2x - 1| + 2 \quad \text{ج)}$$

32- به کمک انتقال نمودار تابع  $f(x) = x^2$  نمودار توابع زیر را رسم کرده سپس دامنه و برد آن ها را مشخص کنید.

الف) $y = x^2 + 1$	ب) $y = (x - 2)^2$
ج) $y = (x + 1)^2 - 3$	د) $y = -x^2$
ه) $y = -x^2 + 2$	و) $y = -(x - 1)^2$
ز) $y = -(x + 1)^2 + 2$	

33- نمودار تابع های زیر را به کمک نقطه یابی رسم کرده و دامنه و برد آن ها را مشخص کنید.

الف) $y = 2x^2$	ب) $y = 3x^2 - 2$
ج) $y = -2x^2 + 1$	د) $y = \frac{x^2}{2} + 5$

34- تابع های چند جمله ای های زیر را با روش مربع کامل کردن مانند نمونه ی زیر نوشته سپس به کمک انتقال نمودار تابع  $f(x) = x^2$  نمودار آن ها را رسم کنید.

نمونه:  $f(x) = x^2 + 2x + 2 = x^2 + 2x + 1 - 1 + 2 = (x + 1)^2 + 1$

الف) $f(x) = x^2 + 4x + 1$	ب) $f(x) = x^2 - 6x + 7$
ج) $f(x) = 4x - x^2$	د) $f(x) = x^2 + 3x$

35- نمودار تابع  $f(x) = |x - 2|$  را در هر حالت های زیر رسم کنید.

الف) دامنه تابع مجموعه ی  $D = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$  باشد.

ب) دامنه تابع بازه ی  $D = [0, 5]$  باشد.

ج) دامنه تابع مجموعه ی اعداد صحیح باشد.

د) دامنه تابع مجموعه ی اعداد حقیقی باشد.

36- درستی یا نادرستی گزاره های زیر را بررسی کنید.

الف) دامنه تابع  $f(x) = x^2 + 1$  برابر  $R$  و برد آن برابر  $[1, +\infty)$  است.

ب) دامنه تابع  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$  برابر  $[0, +\infty)$  و برد آن نیز برابر  $[0, +\infty)$  است.

ج) برد تابع  $f(x) = |2x| - 3$  برابر  $[-3, +\infty)$  است.

د) اگر  $f(x) = 3x + 4$  آنگاه  $f(1) + f(3) = f(4)$

37- نمودار تابع خطی  $f$  از نقاط  $(2, 3)$  و  $(0, -1)$  می گذرد. مطلوبست  $f(1)$  و  $f(3)$

38- نمودار تابعی مانند  $y$  را رسم کنید که دامنه ی آن  $[-3,2]$  بوده و برد آن  $[-1,4]$  باشد مشروط بر اینکه:

الف) تابع  $y$  یک به یک باشد.

ب) تابع  $y$  یک به یک نباشد.

39- نمودار تابع چندجمله ای از درجه 2 مانند  $y$  را رسم کنید که دامنه ی آن  $[-3,3]$  بوده و برد آن  $[-\infty,2]$  باشد.

40- نمودار تابع چندجمله ای از درجه 2 مانند  $y$  را رسم کنید که دامنه ی آن  $[2,5]$  بوده و برد آن  $[-2,+\infty)$  باشد.

41- تابعی یک به یک با دامنه  $D = \{0,1,2\}$  مثال بزنید بطوریکه:  $f(0) < f(1) < f(2)$

42- تابعی بنویسید که دامنه ی آن مجموعه ی  $D = \{1,2,5\}$  باشد و همزمان در دو شرط زیر صدق کند:

الف) یک به یک نباشد. ب)  $f(0) > f(2)$

43- دامنه توابع زیر را بیابید.

الف)  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

ب)  $g(x) = \frac{5}{x+2}$

ج)  $h(x) = \frac{x-2}{3x+4}$

د)  $k(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$

ه)  $h(x) = \frac{x^2-7x}{x^2+3x-10}$

و)  $j(x) = \frac{4x^2+7x-1}{x^3-9x^2}$

ز)  $l(x) = \frac{4x+5}{(x-2)(x+3)}$

ح)  $m(x) = \frac{x+5}{x^2-2x+7}$

ط)  $n(x) = \sqrt{x-4}$

ی)  $p(x) = \sqrt{-x+2}$

ی)  $q(x) = \sqrt{3x+5}$

ج)  $r(x) = \sqrt[3]{4x-1}$

م)  $n(x) = \frac{x+5}{\sqrt{x-4}}$

ن)  $t(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}}$

م)  $u(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{2x-1}$

ع)  $v(x) = \frac{x+2}{|x|}$

$$\text{ف) } w(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{|x|-3}$$

$$\text{ص) } z(x) = \frac{2\sqrt{x}+5}{|x-3|}$$

44- اگر  $f(x) = \frac{2x+5}{x-1}$  باشد، مطلوبست:  $f(-3)$ ،  $f(2)$  و  $f(0)$

45- به ازای چه مقداری از  $x$ ، مقدار تابع  $f(x) = \frac{4x-1}{x+2}$  برابر 3 می باشد؟

46- به ازای چه مقداری از  $x$ ، مقدار تابع  $f(x) = \frac{7x+2}{x^2-1}$  برابر 2 می باشد؟

47- دامنه و برد توابع زیر را مشخص کرده سپس نمودار آن ها را رسم کنید.

$$\text{ب) } y = \sqrt{x} - 2$$

$$\text{الف) } y = \sqrt{x+1}$$

$$\text{د) } y = \sqrt{x} + 3$$

$$\text{ج) } y = \sqrt{x-4}$$

$$\text{و) } y = -\sqrt{x} + 3$$

$$\text{ه) } y = -\sqrt{x+2}$$

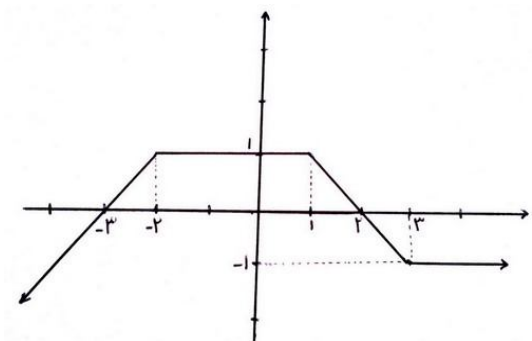
$$\text{ح) } y = \sqrt{-x} + 5$$

$$\text{ز) } y = \sqrt{-x+1}$$

$$\text{ی) } y = 3\sqrt{x} - 4$$

$$\text{ط) } y = \sqrt{2x-1}$$

48- اگر نمودار تابع  $f$  بصورت زیر باشد، دامنه توابع زیر را بیابید.



$$\text{الف) } y = \frac{1}{f(x)}$$

$$\text{ب) } y = \frac{1}{f(x)-1}$$

$$\text{ج) } y = \frac{1}{f(x)+2}$$

$$\text{د) } y = \sqrt{f(x)}$$

$$\text{ه) } y = \sqrt{-f(x)}$$

$$\text{و) } y = \sqrt{f(x)+2}$$

$$\text{ز) } y = \frac{1}{\sqrt{f(x)-1}}$$

49- تابع  $f(x) = \sqrt{4x-3}$  مفروض است.

الف) دامنه تابع  $f$  را پیدا کنید.

ب) مقادیر  $f(3)$  و  $f(5)$  را پیدا کنید.

50- اگر  $f(\sqrt{x}) = x - x^2 + 1$  باشد، مقدار  $f(3)$  را پیدا کنید.

51- اگر  $f(\sqrt{x} - 1) = 2x + 9$  باشد، مقدار  $f(x)$  را بیابید.

52- اگر  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x-2}{x}$  باشد، مقادیر  $f(3)$  و  $f(x)$  را تعیین کنید.

53- چند جمله ای ها و عبارتهای زیر را تعیین علامت کنید.

الف)  $P = 3x - 2$

ب)  $P = (x + 4)(3 - x)$

ج)  $P = \frac{2x + 7}{x + 3}$

د)  $P = \frac{x^2(x + 3)}{x - 1}$

ه)  $P = (x + 7)^3(x - 1)^2(x^2 - 4)$

و)  $P = \frac{|x - 5|(4x - 3)}{x^3}$

ز)  $P = \frac{(x - 2)^5(x + 1)^4}{-3x + 5}$

ح)  $P = \frac{x^2 - 3x - 10}{x(x + 1)}$

ط)  $P = \frac{(x - 3)^{10}(2x + 1)^{89}}{(x^2 - 1)^{2010}}$

54- نامعادلات زیر را حل کنید.

الف)  $\frac{x - 3}{x + 4} \leq 0$

ب)  $1 - \frac{4}{x} < 0$

ج)  $\frac{2x + 3}{x - 5} > 1$

د)  $\frac{4x - 3}{x + 5} \leq 1$

ه)  $\frac{x + 2}{4x + 5} < 3$



55- حدود  $x$  را چنان تعیین کنید که عبارت  $A = \frac{x(x-3)}{-2x+1}$  منفی باشد.

56- حدود  $x$  را چنان تعیین کنید که عبارت  $A = \frac{x^2(4-x)}{-|x-5|}$  مثبت باشد.

57- خطی که از نقاط  $(0, -2)$  و  $(-1, 0)$  می گذرد. به ازای چه مقادیری مثبت است؟

58- دامنه توابع زیر را بیابید.

الف)  $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{1-x}}$

ب)  $g(x) = \sqrt{\frac{x-3}{2x+1}}$

ج)  $h(x) = \sqrt{(2-x)(x+5)}$

د)  $k(x) = \sqrt{\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}}$

59- چندجمله ای ها و عبارت های زیر را تعیین علامت کنید.

الف)  $P = x^2 - 4x - 12$

ب)  $P = -2x^2 + 5x + 3$

ج)  $P = (x^2 + 7)(x^2 - 3x - 10)$

د)  $P = \frac{(x^2 + x + 6)(x - 3)^7}{-x^2}$

ه)  $P = (-x^2 + 2x - 9)(x^2 - 25)$

و)  $P = \frac{-|x^2 - 4|(1 - x^2)}{x^2 + 1}$

60- مجموعه جواب نامعادلات زیر را بدست آورده و در صورت امکان به شکل بازه بنویسید.

الف)  $x^2 - 3x < 10$

ب)  $4x^2 - 4x \geq -1$

ج)  $x^2 + 3x + 5 < 0$

د)  $\frac{x^2 + 2}{x} < 3$

ه)  $\frac{x^2 - 6}{x} < 1$

$$و) \frac{x^2 + 4}{x} \leq 5$$

$$ز) \frac{4x + 20}{x^2 - 1} < 1$$

$$ح) \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 + 6x + 5} > 1$$

$$ط) (x + 2)^2 \leq (2x + 3x)^2$$

$$ث) \frac{x^2 - 9x + 11}{x + 4} > -1$$

$$ی) \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} > 5$$

61- اگر  $A = \frac{x^3(x^2 - 4x - 5)}{-(x^2 + 1)}$  حدود  $x$  را چنان تعیین کنید که:

الف)  $A$  مثبت باشد. ب)  $A$  منفی باشد.

62- اگر  $a > 0$  باشد، ثابت کنید  $a + \frac{1}{a} \geq 2$ .

63- اگر  $a < 0$  باشد، ثابت کنید  $a + \frac{1}{a} \leq -2$ .

64- اگر  $a, b$  هم علامت باشند، ثابت کنید که  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ .

65- اگر  $a, b$  هم علامت نباشند، ثابت کنید که  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2$ .

66- برای هر سه عدد حقیقی  $a, b, c$  ثابت کنید که  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$ .

67- اگر  $0 < a < b$  ثابت کنید  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ .

68- دامنه هر یک از توابع زیر را بیابید.

الف)  $f(x) = \sqrt{3x^2 - 2x - 1}$

ب)  $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

ج)  $h(x) = \sqrt{\frac{-x^2(x+3)}{x^2-1}}$

د)  $k(x) = \sqrt{\frac{x^2-3x}{|x|-2}}$

ه)  $i(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x^2+5}}$

و)  $j(x) = \sqrt{\frac{1-3|x|}{|x|+1}}$

69- حدود  $a$  را چنان بیابید که دامنه هر یک از توابع زیر برابر  $R$  باشد.

الف)  $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^2 - 2ax + 1}$

ب)  $g(x) = \sqrt{ax^2 - 3x - 1}$

ج)  $h(x) = \sqrt{2x^2 + (a+2)x + (a+2)}$

د)  $k(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x^2 + ax - a + 2}}$

70- حدود  $a, b$  را چنان بیابید که دامنه تابع  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-2ax-2a} + \sqrt{x^2-bx+1}$  برابر  $R$  باشد.

71- نشان دهید به ازای تمام مقادیر  $x$ ،  $2x^2 + 3x + 7 > 0$

72- نشان دهید به ازای تمام مقادیر  $x$ ،  $-3x^2 + 5x - 4 < 0$

73- حدود  $a$  را چنان بیابید که هر یک از چند جمله ایهای زیر به ازای تمام مقادیر  $x$ ، مثبت باشد؟

الف)  $x^2 + 6x + a$

ب)  $x^2 + 4x - a + 1$

ج)  $ax^2 - ax + a + 3$

د)  $x^2 + (a+1)x + 3a - 2$

ه)  $ax^2 - 4x + 1$

و)  $(a-1)x^2 + 2x + 3$

ز)  $ax^2 + 3x - 2$

74- حدود  $a$  را چنان بیابید که هر یک از چندجمله ایهای زیر به ازای جمیع مقادیر  $x$ ، منفی باشد.

الف)  $-x^2 + 2x + a$

ب)  $ax^2 - 3x + 1$

ج)  $ax^2 + 4ax + a + 5$

د)  $(a + 2)x^2 - 2ax + 2a - 3$

ه)  $ax^2 + x + a$

و)  $\frac{x^2 - 8x + 20}{ax^2 + 2(a + 1)x + 9a + 4}$

75- حدود  $a$  را طوری تعیین کنید که معادلات زیر دو ریشه حقیقی متمایز داشته باشند.

الف)  $x^2 + ax + 4 = 0$

ب)  $ax^2 + 3ax + 2a + 1 = 0$

ج)  $ax^2 + 6ax - 3 = 0$

د)  $(a - 1)x^2 + (2a + 3)x + (a - 5) = 0$

ه)  $3x^2 + (a - 2)x + (a - 1) = 0$

76- حدود  $a$  را طوری تعیین کنید که معادلات زیر ریشه حقیقی نداشته باشند.

الف)  $x^2 + 6x - 9a = 0$

ب)  $x^2 + ax + a = 0$

ج)  $x^2 + ax + a + 8 = 0$

د)  $x^2 + ax + 3 - a = 0$

77- به ازای چه مقادیری از  $x$  نمودار تابع  $f(x) = x^2 + x$  بالای خط  $y = 5x + 8$  قرار می گیرد؟

78- به ازای چه مقادیری از  $x$  نمودار تابع  $f(x) = 2x^2 + 3x$  زیر خط  $y = -2x + 3$  قرار می گیرد؟

با تشکر : جواد عسگری