

۸۱- اگر $[y \ 1] = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} [x \ 2 \ 1]$ باشد مقدار $x - y$ کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) -۵ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۲- مقدار a کدام گزینه باشد تا ماتریس $A = \begin{bmatrix} a+3 & 2 \\ 10 & a-5 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد؟

- (۱) $a = 7$ (۲) $a = -5$ (۳) $a = 2$ (۴) گزینه ۱ و ۲

۸۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ باشد $A - A^{-1}$ کدام ماتریس است؟

- (۱) صفر (۲) همانی (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 8 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$

۸۴- در یک مجموعه آپارتمانی که ۱۲ خانواده زندگی می کنند قرار است یک شورای ۴ نفره تشکیل شود از هر خانواده فقط یا زن یا شوهر می تواند عضو آن شورا شود به چند طریق می تواند این شورا تشکیل شود؟

- (۱) $2^4 \times \binom{12}{4}$ (۲) $\binom{12}{4}$ (۳) 2^4 (۴) $12 \times 11 \times 10 \times 9$

۸۵- به چند طریق می توان ۵ کتاب ریاضی و ۳ کتاب فیزیک و ۴ کتاب ادبی را کنار هم چید به طوری که کتابهای ریاضی کنار هم و کتابهای ادبی نیز کنار هم باشند؟

- (۱) $5! \times 4! \times 3!$ (۲) $5! \times 4!$ (۳) $(5!)^2 \times 4!$ (۴) $(5!)^2$

۸۶- اگر $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 2)(x^2 - 3) \dots (x^2 - 10)$ باشد مقدار $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{f(x) - f(\sqrt{2})}{\sqrt{2}x - 2}$ را بدست آورید؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{8!}{-2}$ (۳) $2 \times 8!$ (۴) $-2 \times 8!$

۸۷- اگر $f(x) = \tan x$ و $g(x) = \frac{\cos x}{\tan x}$ باشد حاصل $\frac{f'}{f} + \frac{g'}{g}$ کدام گزینه است؟

- (۱) $f(x)$ (۲) $-f(x)$ (۳) $g(x)$ (۴) $-g(x)$

۸۸- مشتق مرتبه سوم تابع $f(x) = \frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ در $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۴ (۴) -۴

۸۹- اگر دو نقطه A و B بر منحنی $y = x^3 - 2x - 6$ مماس بوده و مماس در این نقاط موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد طول پاره خط AB چه قدر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) ۲

۹۰- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) اگر تابع f زوج و مشتق پذیر باشد آن گاه تابع مشتق آن فرد است.
 (۲) اگر تابع f فرد و مشتق پذیر باشد آن گاه تابع مشتق آن زوج است.
 (۳) اگر تابع f و g در $x = a$ مشتق ناپذیر باشند دو تابع $f + g$ و $f - g$ می توانند در $x = a$ مشتق پذیر باشند
 (۴) اگر $f(x) = x^2 + 5x$ و $x \in [-2, 1]$ باشد آن گاه f در $x = -2$ مشتق پذیر است.
 ۹۱- درباره ی تابع $f(x) = |x + 4|(x + 4)$ در $x = -4$ کدام گزینه درست است؟
 (۱) تابع پیوسته ولی مشتق اول ندارد.
 (۲) تابع مشتق اول دارد ولی مشتق دوم ندارد
 (۳) تابع مشتق اول ندارد ولی مشتق دوم دارد
 (۴) تابع مشتق اول و دوم دارد
 ۹۲- اگر خط $y = 2x - 3$ در نقطه $x = 1$ بر منحنی پیوسته $y = f(x)$ مماس باشد مقدار حد زیر کدام گزینه است؟

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) + \Delta f(x) + 4}{x - 1}$$

- (۱) صفر (۲) ۶ (۳) -۶ (۴) نمی توان محاسبه کرد

۹۳- اگر تابع f در R وارون پذیر و مشتق پذیر باشد و $f'(x) = \sqrt{16 + f^2(x)}$ باشد مقدار $(f^{-1})'(3)$ کدام گزینه است؟

- (۱) ۵ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) نمی توان حساب کرد

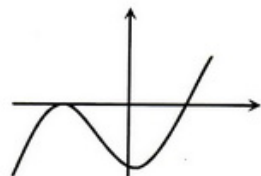
۹۴- شعاع یک لکه ی نفتی به شکل دایره با سرعت 0.4 متر در ثانیه افزایش می یابد سطح این لکه ی نفتی وقتی شعاع لکه 100 متر است با چه سرعتی افزایش می یابد؟

- (۱) 40π (۲) 60π (۳) 80π (۴) 100π

۹۵- زاویه ایجاد شده در گوشه مبدا مختصات برای تابع $f(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ کدام گزینه است؟

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 90°

۹۶- شکل زیر نمودار f' است منحنی f دارای کدام ویژگی زیر است؟



- (۱) یک می نیمم و دو نقطه عطف دارد
 (۲) یک ماکزیمم و دو نقطه عطف دارد
 (۳) یک می نیمم و یک نقطه عطف دارد
 (۴) یک می نیمم و یک ماکزیمم و یک نقطه عطف دارد

۹۷- اگر x و y دو عدد حقیقی و $x + y = 1$ باشد کمترین مقدار $x^3 + y^3$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

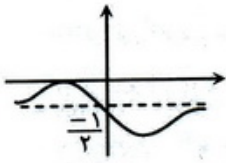
۹۸- نمودار $y = \text{ArcSin}x - x$ در همسایگی $x = 0$ به چه صورت است؟



۹۹- تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2$ در بازه $[\frac{-1}{2}, 2]$ چند اکسترمم موضعی دارد؟

- (۱) دو ماکزیمم و دو می نیمم موضعی
 (۲) یک ماکزیمم و یک می نیمم موضعی
 (۳) یک ماکزیمم و دو می نیمم موضعی
 (۴) دو ماکزیمم و یک می نیمم موضعی

۱۰۰- شکل زیر نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{-x^2 + ax - 1}{2x^2 + b}$ است $a + b$ کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) صفر
(۴) -۲

۱۰۱- معادله تصویر خط $y - 3x = 5$ تحت تجانس به مرکز $M \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ و نسبت ۳ به صورت $ax + by = c$ می‌باشد، مقدار $a + b + c$ کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) -۵ (۳) ۱۴ (۴) -۴

۱۰۲- نقطه $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ را پس از انتقال به بردار $\vec{u} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ حول مبدأ 90° دوران می‌دهیم مختصات این نقطه دوران یافته کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

۱۰۳- کدام حکم زیر در مورد خط و صفحه درست نیست؟

(۱) از نقطه A خارج صفحه P بی‌شمار صفحه می‌توان بر P عمود رسم کرد.

(۲) از نقطه A خارج صفحه P تنها یک صفحه به موازات P می‌توان رسم نمود.

(۳) از نقطه A خارج صفحه P تنها یک خط می‌توان بر P عمود رسم نمود.

(۴) از نقطه A خارج صفحه P تنها یک خط به موازات P می‌گذرد.

۱۰۴- نقطه A به فاصله ۳ واحد از صفحه مفروض P داده شده است چند خط راست داخل صفحه P می‌توان رسم کرد که فاصله A از آن خطوط برابر ۵ واحد باشد؟

- (۱) بی‌شمار (۲) یک (۳) دو (۴) چهار

۱۰۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix}$ و $A^T = A^{-1}$ مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۰۶- اگر $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$ ، مقدار A^{600} کدام است؟

- (۱) I (۲) $2^{600} I$ (۳) 2^{600} (۴) A

۱۰۷- حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} 1+x & y & z \\ x & 1+y & z \\ x & y & 1+z \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) xyz (۲) $2(x+y+z)$ (۳) $1+x+y+z$ (۴) $(x+y+z)^2$

۱۰۸- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -7 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ داده شده است، دترمینان $(\frac{1}{2} AA^T)$ کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۴۰ (۳) ۳۰ (۴) ۲۰

۱۰۹- به صورت مجموع یک ماتریس متقارن و یک ماتریس پاد متقارن نوشته شده است دترمینان ماتریس متقارن کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) -۴

۱۱۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ درایه واقع در سطر دوم و ستون سوم A^{-1} (A^{-1} ماتریس وارون A) کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۱۱۱- در پرتاب دو تاس احتمال آن که مجموع اعداد برآمده برابر ۷ نباشد چه قدر است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۱۱۲- اگر $P(A) = 2P(B) = 4P(A \cap B)$ باشد مقدار $\frac{P(A \Delta B)}{P(A \cap B)}$ کدام گزینه است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۳- اگر زاویه x در فاصله $[0, \pi]$ باشد احتمال آن که $\sin x > \cos x$ باشد، چه قدر است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) ۱

۱۱۴- عدد x در بازه $[0, 4]$ و y در بازه $[2, 4]$ را به صورت تصادفی انتخاب می‌کنیم، چه قدر احتمال دارد $x + y > 6$ باشد؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۱۱۵- از رابطه‌ی هم نهشتی (پیمانه ۳۰) $15a \equiv 20b$ کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

(۱) $3a \equiv 4b$ (پیمانه ۳۰) (۲) $3a \equiv 4b$ (پیمانه ۶) (۳) $b \equiv 0$ (پیمانه ۳) (۴) $a \equiv 0$ (پیمانه ۳)

۱۱۶- رقم یکان $16 - 4^{101} + 3^{101} + 2^{101}$ کدام گزینه است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۱۷- پست‌خانه‌ای فقط تمبرهای ۵۰۰ ریالی و ۲۰۰ ریالی دارد و یک بسته نیاز به ۵۱۰۰ ریال تمبر دارد. کم‌ترین تعداد تمبر کدام گزینه است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۱۱۸- رابطه‌ی $R = \{(1,1), (2,2), (1,2), (2,1), (1,3), (2,3)\}$ روی $A = \{1,2,3\}$ تعریف شده است اگر M ماتریس مجاورت این رابطه باشد،

کدام گزینه درست است؟

(۱) $I_3 \ll M$ (۲) $M^{(2)} \ll M$ (۳) $M^T = M$ (۴) $M \wedge M^T \ll I_3$

۱۱۹- دستگاه معادلات $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12 \\ x_1 + x_2 = 7 \end{cases}$ چند جواب صحیح و غیر منفی دارد؟

(۱) ۳۰ (۲) ۴۸ (۳) ۳۶ (۴) ۶۰

۱۲۰- چند عدد صحیح و مثبت کوچک‌تر از ۳۸۵ وجود دارد که نسبت به آن اول‌اند؟

(۱) ۲۴۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۴۲۰