

مجتمع آموزشی و تربیتی امام صادق (ع) دوشنبه - تاجیکستان

محل مهر مجتمع

نوبت امتحان: دی ۱۳۹۲ سال تحصیلی: ۹۳-۱۳۹۲

ساعت امتحان: ۱۰ صبح

پایه: دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:

وقت امتحان: ۷۰ دقیقه

نام دبیر: رضا سنایی

سؤال امتحان درس: دیفرانسیل

تاریخ امتحان: ۹۲/۱۰/۲۱

رشته ی تحصیلی: ریاضی فیزیک

تعداد صفحات: ۲

ردیف	سوالات	بارم
۱	الف) برای هر عدد حقیقی و مثبت h اگر $0 \leq x < h$ باشد ثابت کنید: $x = 0$ ب) نامساوی $ x - 2 \leq 0/001$ یک بازه را مشخص می کند این بازه را پیدا کنید. ج) عدد گویای بسط اعشاری $0/3666 \dots$ را مشخص کنید.	۲
۲	دنباله ی $\left\{1 + \frac{(-1)^n}{n+1}\right\}$ مفروض است. الف) سه جمله ی اول این دنباله را بنویسید. ب) آیا این دنباله یکنواست؟ چرا؟ ج) آیا این دنباله کراندار است؟ چرا؟	۱/۵
۳	درستی یا نادرستی هر گزاره را مشخص کنید. الف) دنباله ی $\left\{\frac{3n+1}{n^2}\right\}$ به صفر همگراست. ب) دنباله ی $\left\{1 - \frac{1}{n+1}\right\}$ نزولی است. ج) هر دنباله ی نزولی و از بالا کراندار صعودی است. د) دنباله ی $\left\{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right\}$ به e همگراست.	۱
۴	الف) دنباله ای را مثال بزنید که نزولی باشد ولی کراندار نباشد. ب) دنباله ای مثال بزنید که کراندار باشد ولی صعودی نباشد. ج) سوپریموم و اینفیموم و مجموعه ی کران پایین مجموعه ی $A = \{x \in R 0 < x \leq 1\}$ را تعیین کنید.	۲
۵	الف) با استفاده از تعریف حد دنباله ها ثابت کنید: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} = 0$ ب) مقدار همگرایی دنباله ی $\left\{\frac{\cos n + 3n^2}{n^2 + 1}\right\}$ را بیابید.	۲
۶	صعودی یا نزولی بودن دنباله ی $\left\{\frac{2^n}{n!}\right\}$ را بررسی کنید.	۱
۷	فرض کنید $\{a_n\}, \{b_n\}$ دو دنباله و $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = L$ و $\{c_n\}$ دنباله ای باشد بطوری که برای هر $a_n \leq c_n \leq b_n$ ثابت کنید دنباله ی $\{c_n\}$ نیز همگراست و $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = L$.	۱/۵
۸	با استفاده از تعریف حد دنباله ها ثابت کنید $f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ حد ندارد.	۱

۹	نمودار تابع $f(x) = [x] + [-x]$ را رسم کنید سپس $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ را بررسی کنید. $(a \in \mathbb{R})$
۱۰	<p>حدود زیر را مشخص کنید. $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{x} =$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1} \sin \frac{1}{x-1} =$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} =$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{1}{x} \right] =$</p>
۱۱	مقادیر a, b را بیابید به طوری که: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} = 1$
۱۲	<p>مقادیر a, b را بیابید به طوری که تابع f در $x = 0$ پیوسته باشد.</p> $f(x) = \begin{cases} a + [x] & x \leq 0 \\ b & x = 0 \\ \frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos x}} & x > 0 \end{cases}$
۱۳	<p>الف) با استفاده از قضیه ی بولتزانو ثابت کنید $x^3 - x - 1 = 0$ در بازه $[1, 2]$ دارای ریشه است.</p> <p>ب) حدود زیر را مشخص کنید. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \tan^{-1} x}{1+x} =$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{[x]} =$</p>
۱۴	همه ی مجانب های تابع داده شده را به دست آورید. $f(x) = \frac{x^2-1}{ x -1}$
<p>پیامبر خدا صلی الله علیه و آله و سلم:</p> <p>السُّؤَالُ نِصْفُ الْعِلْمِ.</p> <p>پرسش نیمی از دانش است.</p>	