

نام خانوادگی:  
سوال درس: دیفرانسیل  
تاریخ امتحان:

بسمه تعالی  
سازمان آموزش و پرورش فارس  
کارشناسی سنجش و ارزشیابی امتحانات  
اداره آموزش و پرورش ناحیه 3  
دبیرستان عرفان

نوبت امتحان: نیمسال اول  
پایه: چهارم رشته: ریاضی  
شعبه: ..... ساعت امتحان: ....  
مدت امتحان: 120 دقیقه

1/25	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.	1
1	الف) اگر تابع $f$ در بازه بسته $[a, b]$ پیوسته باشد، در این بازه ..... است و ..... دارد. ب) دنباله $\left\{1 + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right\}$ ، ..... است و ..... نیست.	1
1/25	مجموعه جواب معادله $5 = [x] - [-x]$ را به صورت یک همسایگی متقارن بنویسید.	2
1	در مورد دنباله $\left\{\cos \frac{n\pi}{2}\right\}$ ، کدام گزینه درست است؟ الف) کران دار و همگرا (ب) کران دار و یکنوا (ج) فقط کران دار (د) کران دار و همگرا و یکنوا	3
1/25	ثابت کنید بین هر دو عدد حقیقی $x$ و $y$ ، حداقل یک عدد گویا وجود دارد.	4
1/25	برای اینکه دنباله $\{c^n\}$ همگرا باشد. الف) $ c  \leq 1$ (ب) $ c  > 1$ (ج) $ c  < 1$ (د) $ c  \geq 1$	5
1/25	جملات دنباله $\left\{\frac{2^n - 1}{2^n}\right\}$ از چه شماره ای به بعد در $0.02$ همسایگی حد خود قرار می گیرد؟ (با راه حل کامل)	6
2/5	با ذکر دلیل همگرایی یا واگرایی سری های زیر را بررسی کرده و در صورت همگرایی مقدار سری را بیابید. الف) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n!}$ (الف)      ج) $\sum_{k=1}^{\infty} \log \frac{k+1}{k+2}$ د) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{3}{2}\right)^{-n}$	7
1/25	به کمک دنباله ثابت کنید تابع $f(x) = \cos \frac{1}{x-2}$ در $x = 2$ حد ندارد.	8
4	بدون استفاده از هم ارزی و قاعده هوییتال حد های زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x^2-1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x]-3}{x-3}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1) \sin \frac{1}{x-1}$ د) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan x}{\sqrt{1-\cos 2x}}$	9
2	$a$ و $b$ را طوری بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+2x+1}}, & x < -1 \\ a+2, & x = -1 \\ b+[x^2], & x > -1 \end{cases}$ در $x = -1$ پیوسته باشد.	10
2	تابع $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + x^2$ مفروض است: الف) نشان دهید معادله $f(x) = 0$ در بازه $(0,2)$ دارای ریشه است. ب) نشان دهید خط $y = 3$ نمودار تابع را در بازه $(0,2)$ قطع می کند. ج) کران داری $f$ را در بازه $[1,3]$ بررسی کنید.	11
2	تمام مجانب های توابع زیر را بیابید. الف) $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x}$ ب) $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$	12
1/25	با استفاده از تعریف حد ثابت کنید: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2}{(x-2)^2} = -\infty$	13
	موفق باشید	