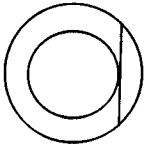
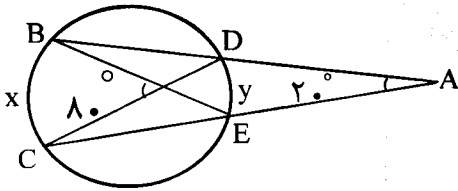
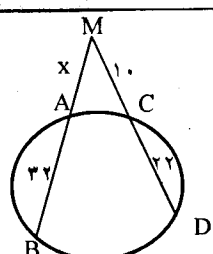
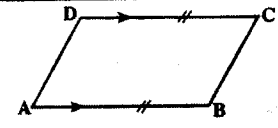


باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۱۸		سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

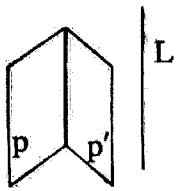
۱	واژه‌های زیر را تعریف کنید: الف) شکل خود-متشابه ب) ایزومتري ج) زاویه ی ظلی	۱/۵
۲	قضیه: ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آنگاه زاویه ی مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه ی مقابل به ضلع کوچکتر.	۱/۲۵
۳	سه پاره خط با طول های $6x$ ، $x+7$ و $4(x-1)$ داده شده اند. اگر مجموع این طول ها ۳۶ باشد، آیا این پاره خط ها می توانند ضلع های یک مثلث باشند؟ تو ضیح دهید.	۰/۷۵
۴	قضیه: ثابت کنید سه نیمساز زاویه های داخلی هر مثلث هم‌رسند.	۱
۵	در هر یک از موارد زیر مکان هندسی نقطه ای از صفحه رابه دست آورده و شکل مربوط به آن را رسم کنید. الف) مکان هندسی مرکز دایره ای که در خارج یک دایره ی داده شده واقع است و روی محیط آن می‌غلتد. ب) مکان هندسی مرکز دایره هایی که در یک نقطه ی مشخص بر یک خط داده شده مماس باشد.	۱/۵
۶	شعاع های دو دایره ی هم مرکز ۶ و ۱۰ سانتی متر هستند. اندازه ی وتر ی از دایره ی بزرگتر را که بر دایره ی کوچکتر مماس است پیدا کنید.	۱
		
۷	قضیه: ثابت کنید در هر چهار ضلعی محاطی، زاویه های رو به رو مکمل یکدیگرند و به عکس.	۱/۷۵
۸	در هر یک از شکل های زیر x و y را بیابید. الف)  ب) 	۱/۷۵
۹	نقاط نقاط $A(1, 3)$ ، $B(5, 5)$ و $C(6, 3)$ رأس های یک مثلث هستند. الف) مثلث و تصویرش تحت تبدیل $D(x, y) = (2x, 2y)$ را رسم کنید. ب) طول ضلع AB و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. پ) خط هایی که نقطه های نظیر را به هم وصل می کنند، نسبت به هم چه وضعی دارند؟	۱/۷۵
۱۰	خط به معادله $L: 3x - y + 6 = 0$ و تصویرش تحت دوران $R(x, y) = (-x, -y)$ را رسم کرده سپس معادله ی خط تصویر را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۱	در چهار ضلعی $ABCD$ ، اگر $AB \parallel DC$ و $AB = DC$ ، با استفاده از تبدیل انتقال ثابت کنید: $AD \parallel BC$ و $AD = BC$	۱/۵
		

«ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم»

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲) رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۸ / ۶ / ۱۳۹۱
دانش‌آموزان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱۲	<p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر چند صفحه در فضا روی دو پاره خط، پاره خط‌های متناظر متناسب ایجاد کرده باشند، لزوماً آن صفحه‌ها موازی نیستند.</p> <p>ب) اگر L و L' دو خط متناظر باشند، هیچ صفحه‌ای شامل L وجود ندارد که با L' موازی باشد.</p> <p>پ) دو صفحه‌ی عمود بر یک خط، بر هم عمودند.</p> <p>ت) اگر خط L با یکی از خط‌های صفحه‌ی P موازی باشد، آنگاه، خط L با صفحه‌ی P موازی است.</p>	۱	
۱۳	<p>ثابت کنید اگر خطی با دو صفحه‌ی متقاطع، موازی باشد، آنگاه با فصل مشترک آن‌ها موازی است.</p>		۱/۲۵
۱۴	<p>برای رد حدس‌های کلی زیر با استفاده از رسم شکل و توضیح آن یک مثال نقض ارائه کنید.</p> <p>الف) در فضا، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند لزوماً دیگری را نیز قطع می‌کند.</p> <p>ب) اگر دو خط در دو صفحه‌ی موازی قرار داشته باشند لزوماً این دو خط موازی هستند.</p>	۱/۵	
۱۵	<p>ثابت کنید اگر خطی بر یکی از دو صفحه‌ی موازی عمود باشد، بر دیگری هم عمود است.</p>	۱/۲۵	
	«موفق باشید»	جمع نمره	
		۲۰	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۱۸	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهر یور ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

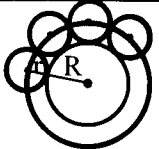
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) اگر قسمتی از یک شکل با کل شکل متشابه باشد، آن شکل خود-متشابه نامیده می‌شود. (۰/۵) ب) تبدیلی که فاصله‌ی بین نقطه‌ها را حفظ کند، ایزومتري نامیده می‌شود. (۰/۵) پ) زاویه‌ای که رأسش روی دایره است، یک ضلعش دایره را قطع می‌کند و ضلع دیگرش بر دایره مماس است، زاویه‌ی ظلی نامیده می‌شود. (۰/۵)	۱/۵
۲	فرض: $AC > AB$ و حکم: $\widehat{B} > \widehat{C}$ برهان: چون طبق فرض $AC > AB$ بنابراین پاره خط AM را به اندازه‌ی AB روی AC جدا می‌کنیم (۰/۲۵) و از نقطه‌ی M به B وصل می‌کنیم. چون $AB = AM$ پس مثلث ABM متساوی الساقین است، در نتیجه: $\widehat{B}_1 = \widehat{M}_1$ (۰/۲۵) (۱) از طرفی چون زاویه‌ی M_1 یک زاویه‌ی خارجی مثلث MBC است در نتیجه از هر یک از زاویه‌های داخلی غیر مجاورش بزرگ‌تر خواهد بود. بنابراین (۲) (۰/۲۵) $\widehat{M}_1 > \widehat{C}$ باتوجه به دو رابطه‌ی (۱) و (۲) $\widehat{B}_1 > \widehat{C}$ (۰/۲۵) (۳) از طرفی نقطه‌ی M بین دو نقطه‌ی A و C واقع است، بنابراین BM نیم خطی داخل زاویه‌ی B است و در نتیجه زاویه‌ی B_1 جزئی از زاویه‌ی B است، یعنی $\widehat{B} > \widehat{B}_1$ (۴) از مقایسه‌ی (۳) و (۴) نتیجه می‌شود: $\widehat{B} > \widehat{C}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۳	با توجه به قضیه‌ی وجود مثلث $\left. \begin{array}{l} 6x = 18 \\ 6x + (x + 7) + 4(x - 1) = 36 \Rightarrow x = 3 \quad (0/25) \\ x + 7 = 10 \\ 4(x - 1) = 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (ع) \quad 10 + 8 > 18 \\ (ص) \quad (0/25) \quad 18 + 8 > 10 \\ (ص) \quad 18 + 10 > 8 \end{array}$ بنابراین این سه پاره خط نمی‌توانند اضلاع یک مثلث باشند. (۰/۲۵)	۰/۲۵
۴	در مثلث ABC نیمسازهای زاویه‌های B و C را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در M قطع کنند. از M بر ضلع‌های AB ، AC و BC عمود می‌کنیم (۰/۲۵) تا به ترتیب آنها را در نقاط H و K ، L قطع نمایند. $\left. \begin{array}{l} \text{روی نیمساز زاویه } B \text{ است } M \rightarrow MH = ML \\ \text{روی نیمساز زاویه } C \text{ است } M \rightarrow MH = MK \end{array} \right\} (0/25) \Rightarrow ML = MK \quad (0/25)$ بنا براین نقطه‌ی M روی نیمساز \widehat{A} نیز قرار دارد. (۰/۲۵) یعنی M نقطه‌ی هم‌رسی هر سه نیمساز است.	۱
« ادامه‌ی راهنما در صفحه‌ی دوم »		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۱۸	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

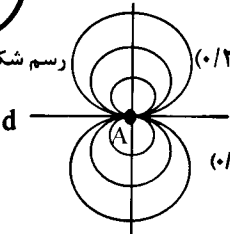
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۵ (الف) باتوجه به شکل مکان هندسی مورد نظر دایره ای به مرکز O و به شعاع R+r است. (۰/۲۵)



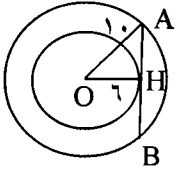
رسم شکل (الف) (۰/۵)

(ب) باتوجه به شکل مکان هندسی مورد نظر خط عمود بر d در نقطه ی A است. (۰/۲۵)



رسم شکل (ب) (۰/۵)

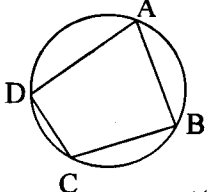
۶ AB وتری از دایره ی بزرگتر بر دایره ی کوچکتر مماس است. بنابراین شعاع OH بر AB عمود است. بنابراین پس (۰/۲۵) AH=HB



$$AH^2 = OA^2 - OH^2 \rightarrow AH^2 = 10^2 - 6^2 \quad (۰/۲۵)$$

$$\rightarrow AH^2 = 64 \rightarrow AH = 8 \xrightarrow{(۰/۲۵)} AB = 16 \quad (۰/۲۵)$$

۷ باتوجه به قضیه ی زاویه ی محاطی داریم:



$$\hat{B} + \hat{D} = \frac{\widehat{ADC}}{2} + \frac{\widehat{ABC}}{2} \xrightarrow{(۰/۲۵)} = \frac{36^\circ}{2} = 18^\circ \quad (۰/۲۵)$$

به روش مشابه ثابت می شود (۰/۲۵) $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$

عکس قضیه: فرض کنیم در چهار ضلعی ABCD، هر دو زاویه ی روبه رو مکمل یکدیگر باشند.

یعنی (۱) $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$ و (۲) $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$ بر سه نقطه ی A و B و C یک دایره می گذرد، (۰/۲۵) ثابت می کنیم که این دایره از نقطه ی D نیز می گذرد.

اثبات (برهان خلف): اگر این دایره از راس D نگذرد، نقطه ی برخورد خط CD با دایره را D' می نامیم (۰/۲۵) و از D' به A وصل می کنیم. چون چهار ضلعی $ABCD'$ محاطی است بنابراین این:

(۳) $\hat{B} + \hat{D}' = 180^\circ$ از رابطه (۲) و (۳) نتیجه می شود که (۴) $\hat{D} = \hat{D}'$ چون زاویه ی D زاویه خارجی مثلث ADD' است، بنابراین: (۵) $\hat{D} > \hat{D}'$ که رابطه ی (۵) با رابطه ی (۴) در تناقض است. (۰/۲۵) در نتیجه فرض ما که دایره از راس D نمی گذرد نادرست، و حکم قضیه برقرار است.

۸ (الف)
$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 80 \\ \frac{x-y}{2} = 20 \end{cases} \xrightarrow{(۰/۵)} \begin{cases} x+y = 160 \\ x-y = 40 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 100 \\ y = 60 \end{cases} \quad (۰/۵)$$

(ب)
$$x(x+32) = 10 \times 32 \xrightarrow{(۰/۲۵)} x^2 + 32x - 320 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 8 \quad (ق ق) (۰/۲۵) \\ x = -40 \quad (غ ق) (۰/۲۵) \end{cases}$$

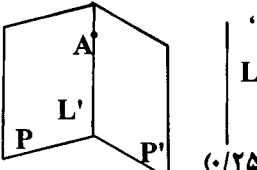
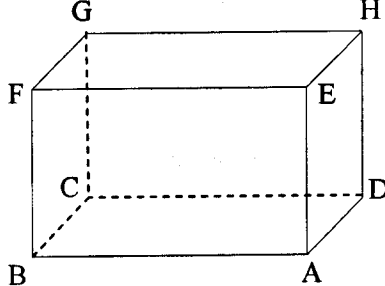
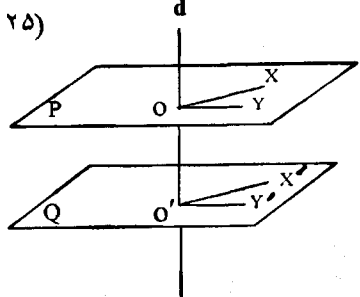
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۱۸	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	<p>الف) $D(x, y) = (2x, 2y)$</p> <p>$A(1, 2) \rightarrow A'(2, 6)$ $B(5, 5) \rightarrow B'(10, 10)$ $C(6, 3) \rightarrow C'(12, 6)$ (۰/۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p>ب) $AB = \sqrt{(5-1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ $A'B' = \sqrt{(10-2)^2 + (10-6)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A'B' = 2AB$ (۰/۲۵)</p> <p>پ) این خط‌ها در مرکز تجانس هم‌رسند. (۰/۲۵)</p>	۱/۷۵
۱۰	<p>$L: 3x - y + 6 = 0$</p> <p>$R(x, y) = (-x, -y)$</p> <p>$A(0, 6) \xrightarrow{R} A'(0, -6)$ $B(-2, 0) \xrightarrow{R} B'(2, 0)$ (۰/۲۵)</p> <p>$m_{AB} = \frac{0+6}{2-0} = 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow L': y-0 = 3(x-2)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = 3x - 6$</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۱/۲۵
۱۱	<p>بردار AB را به عنوان بردار انتقال در نظر می‌گیریم. (۰/۲۵) چون AB و DC موازی و مساویند بنابراین تحت این انتقال $A \xrightarrow{(۰/۲۵)} B$ و $D \xrightarrow{(۰/۲۵)} C$ یعنی پاره AD بر پاره BC تصویر می‌شود (۰/۲۵) و چون انتقال ایزومتري است (۰/۲۵) و شیب خط را حفظ می‌کند (۰/۲۵) پس: $AD \parallel BC$ و $AD = BC$</p>	۱/۵
۱۲	<p>الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵)</p>	۱
«ادامه‌ی راهنما در صفحه‌ی چهارم»		

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۱۸		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱/۲۵	<p>فرض می‌کنیم خط L موازی دو صفحه P و P' باشد. از یک نقطه A فصل مشترک مانند A خط L' را موازی L رسم می‌کنیم. (۰/۲۵) چون خط L با صفحه P موازی است، خط L' به تمامی در صفحه P قرار دارد. (۰/۵)</p> <p>با استدلالی مشابه خط L' به تمامی در صفحه P' قرار دارد. (۰/۲۵)</p> <p>پس L' همان فصل مشترک دو صفحه P و P' است که با خط L موازی است. (۰/۲۵)</p> 	۱۳
۱/۵	<p>الف) در مکعب مستطیل رسم شده، خطوط AB و EF موازی هستند و خط EH خط EF را قطع کرده است ولی خط EH خط AB را قطع نکرده است. (۰/۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p>  <p>ب) در مکعب مستطیل بالا صفحه‌های $ABCD$ و $EFGH$ موازی هستند و خط AB در صفحه $ABCD$ قرار دارد و خط EH در صفحه $EFGH$ قرار دارد و AB موازی EH نیست. (۰/۵)</p> <p>(در صورتی که دانش‌آموز دو شکل رسم کرده باشد برای هر کدام (۰/۲۵) منظور شود.)</p>	۱۴
۱/۲۵	<p>برهان: فرض می‌کنیم خط d بر صفحه P عمود باشد و $P \parallel Q$. دو خط منقطع OX و OY را در صفحه P در نظر می‌گیریم (۰/۲۵) و $O'X'$ را موازی OX و $O'Y'$ را موازی OY در صفحه Q رسم می‌کنیم (۰/۲۵)</p> $d \perp P \Rightarrow \begin{cases} d \perp OX \Rightarrow d \perp O'X' \text{ (۰/۲۵)} \\ d \perp OY \Rightarrow d \perp O'Y' \text{ (۰/۲۵)} \end{cases} \Rightarrow d \perp Q \text{ (۰/۲۵)}$ 	۱۵
۲۰	جمع نمره	

مصححین محترم: لطفاً به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.