

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک		ساعت شروع : ۹ صبح		مدت امتحان : ۱۴۰ دقیقه	
سال سوم متوسطه				تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۶ / ۴			
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹				مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			
ردیف	سؤالات						نمره
۱	آیا توابع f, g با ضابطه‌های $f(x) = \sqrt{(x+2)^2(x-3)}$, $g(x) = x+2 \sqrt{x-3}$ با هم مساویند؟ چرا؟						۱
۲	دو تابع $f(x) = 3x - a$ و $g(x) = ax + 3b$ را در نظر بگیرید ، مقادیر a, b را به گونه ای بیابید که $(f \circ g)(x) = 3x - 10$ باشد.						۱
۳	اگر باقی مانده‌ی تقسیم چند جمله ای $p(x)$ بر x مساوی ۲ و بر $x+2$ مساوی ۱ باشد ، باقی مانده‌ی تقسیم $p(x)$ بر $x^2 + 2x$ را به دست آورید.						۱
۴	f تابعی یک به یک است و f^{-1} معکوس f است ، اگر h تابعی معکوس پذیر باشد ، ضابطه‌ی تابع معکوس $h(x) = 1 - 2f(2 - 3x)$ را بیابید.						۱
۵	عبارت مقابل را به حاصل ضرب تبدیل کنید. $A = 2\cos x + \sqrt{3}$						۰/۷۵
۶	جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید. الف) دوره‌ی تناوب تابع $y = \frac{4 \sin 7x}{\sqrt{3} + 5 \sin 7x}$ برابر است با $T = \dots\dots\dots$. ب) تابعی که هم زوج و هم فرد باشد ، تابع $\dots\dots\dots$ است.						۰/۵
۷	حد توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x^2 - 5x - 24}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{ \cos x }{x - \frac{\pi}{2}}$						۲/۷۵
۸	مقادیر a, b را طوری تعیین کنید که تابع f در نقطه $x_0 = 0$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} & x > 0 \\ a + 1 & x = 0 \\ [x + 2] + b & x < 0 \end{cases}$						۱/۲۵
« ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم »							

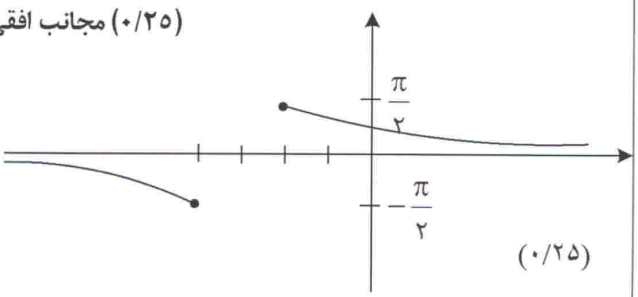
سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح	مدت امتحان : + ۱۴ دقیقه
سال سوم متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۶ / ۴		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		
ردیف	سؤالات			
۹	معادلات مجانب های قائم و افقی تابع مقابل را در صورت وجود به دست آورید.	$y = \frac{2+x}{2- x }$	۱	نمره
۱۰	الف) مشتق توابع زیر را حساب کنید. (ساده کردن الزامی نیست.) ب) ثابت کنید تابع مشتق یک تابع زوج ، تابعی فرد است.	$f(x) = 2\sin 3x + \cos x^2$ $g(x) = \sqrt{x+1}(3x+7)^3$	۱	۰/۷۵
۱۱	الف) ضرایب a, b را چنان بیابید که خطوط $x=2$ و $y=-2$ مجانب های آن باشند. ب) معادلات محورهای تقارن تابع $y = \frac{3x-2}{2x+5}$ را بنویسید.	$y = \frac{ax+2}{bx+2}$ تابع مفروض است.	۱/۵	
۱۲	شعاع یک حباب کروی صابون با سرعت 0.9 cm/s افزایش می یابد. در لحظه‌ای که شعاع حباب $r_0 = 0.5 \text{ cm}$ است ، آهنگ آنی تغییر حجم حباب را محاسبه کنید.		۱	
۱۳	مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2}$ را در نقطه‌ی $x_0 = 1$ بررسی کنید.		۱	
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \text{Arc Sin } \frac{1}{x+3}$ را رسم کنید.		۱/۷۵	
۱۵	معادلات خطوط مماس و قائم بر منحنی $xy^3 + 3x^2y - 4x = 0$ را در نقطه‌ی $(1,1)$ بیابید.		۱/۵	
۱۶	با رسم تابع $f(x) = x+2 - 3$ مقدار عددی $\int_{-3}^1 f(x) dx$ را تعیین کنید.		۱/۲۵	
	« موفق باشید »	جمع نمره	۲۰	

ساعت شروع : ۹ صبح	رشته : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان
تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۶ / ۴	سال سوم متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹	

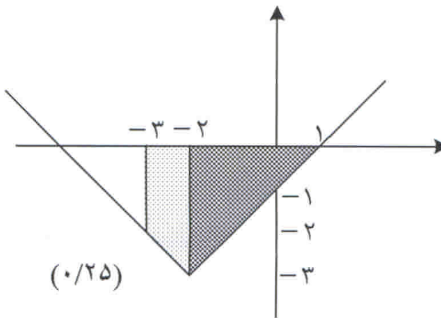
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	$\left. \begin{aligned} (x+2)^2(x-3) \geq 0 &\Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow D_f = [3, +\infty) \cup \{-2\} \quad (./\delta) \\ (x-3) \geq 0 &\Rightarrow x \geq 3 \quad D_g = [3, +\infty) \quad (./\delta) \\ D_f \neq D_g &\Rightarrow f(x) \neq g(x) \quad (./\delta) \end{aligned} \right\}$	۱
۱	$\begin{aligned} (fog)(x) &= f(g(x)) = 3g(x) - a \quad (./\delta) \\ &= 3(ax+2b) - a = 3ax + 6b - a \\ (fog)(x) &= 3x - 10 \end{aligned} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 3ax + (6b - a) &= 3x - 10 \Rightarrow a = 1 \quad (./\delta) \\ 6b - a &= -10 \Rightarrow b = -1 \quad (./\delta) \end{aligned} \right\}$	۲
۱	$\begin{aligned} p(x) &= (x^2 + 2x) Q(x) + ax + b \quad (./\delta) \\ p(0) &= 2 \Rightarrow b = 2 \quad (./\delta) \\ p(-2) &= 1 \Rightarrow -2a + 2 = 1 \quad (./\delta) \Rightarrow a = \frac{1}{2} \quad (./\delta) \Rightarrow R(x) = \frac{1}{2}x + 2 \end{aligned}$	۳
۱	$\begin{aligned} h(x) &= y \rightarrow x = h^{-1}(y) \quad * \quad (./\delta) \\ y &= 1 - 2f(2 - 3x) \rightarrow f(2 - 3x) = \frac{1-y}{2} \quad (./\delta) \\ &\rightarrow 2 - 3x = f^{-1}\left(\frac{1-y}{2}\right) \rightarrow x = \frac{2 - f^{-1}\left(\frac{1-y}{2}\right)}{3} ** \quad (./\delta) \\ &\xrightarrow{*,**} h^{-1}(y) = \frac{2 - f^{-1}\left(\frac{1-y}{2}\right)}{3} \rightarrow h^{-1}(x) = \frac{2 - f^{-1}\left(\frac{1-x}{2}\right)}{3} \quad (./\delta) \end{aligned}$	۴
۰/۷۵	$A = 2\left(\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\left(\cos x + \cos \frac{\pi}{6}\right) = 4 \cos \frac{x + \frac{\pi}{6}}{2} \cos \frac{x - \frac{\pi}{6}}{2} \quad (./\delta)$	۵
۰/۵	<p>(الف) $\frac{2\pi}{3}$ (ب) صفر (۰/۲۵)</p>	۶
۲/۷۵	$\begin{aligned} \text{الف) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{(x-8)(x+2)} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4}{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4} &= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x-8)}{(x-8)(x+2)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)} = \frac{1}{132} \quad (./\delta) \\ \text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x) &= (+\infty) - (-\infty) = +\infty \quad (./\delta) \end{aligned}$	۷
« ادامه در صفحه‌ی دوم »		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح
سال سوم متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۹/۶/۴	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{-\cos x}{-(\frac{\pi}{2} - x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{-\sin(\frac{\pi}{2} - x)}{-(\frac{\pi}{2} - x)} = 1 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x}{-(\frac{\pi}{2} - x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - x)}{-(\frac{\pi}{2} - x)} = -1 \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">حد موجود نیست $(0/25) \Rightarrow 1 \neq -1$</p>		
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 - \cos x} = 2 \quad (0/5)$ $f(0) = a + 1 = 2 \Rightarrow a = 1 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} [x + 2] + b = \lim_{x \rightarrow 0^-} [x] + 2 + b = -1 + 2 + b = 2 \Rightarrow b = 1 \quad (0/25)$		۸
۱	$2 - x = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 & (0/25) \text{ مجانب قائم} \\ x = -2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2+x}{2- x } = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2+x}{2+x} = 1 \neq \infty \text{ مجانب قائم نیست} \end{cases} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{- x } = \mp 1 \Rightarrow y = 1, y = -1 \quad (0/25) \text{ مجانب های افقی}$		۹
۱	$f'(x) = 6\cos 3x - 2x \sin x^2 \quad (0/5)$ $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}(3x+7)^3 + 9\sqrt{x+1}(3x+7)^2 \quad (0/5)$ <p>زوج $f \Rightarrow f(x) = f(-x) \Rightarrow f'(x) = -f'(-x) \Rightarrow$ f' تابعی فرد است $(0/25)$ (ب)</p>		۱۰
۰/۲۵			
« ادامه در صفحه‌ی سوم »			

ساعت شروع : ۹ صبح	رشته : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان
تاریخ امتحان : ۱۳۸۹/۶/۴	سال سوم متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف															
۱/۵	$x=2 \Rightarrow 2b+2=0 \Rightarrow b=-1 \quad (./25)$ $y=-2 \Rightarrow \frac{a}{b}=-2 \Rightarrow a=2 \quad (./25)$ $y=x+\frac{a+d}{c}=x+4 \quad (./25) \quad \text{و} \quad y=-x+\frac{a-d}{c}=-x-1 \quad (./25)$	۱۱ الف															
۱	$V=\frac{4}{3}\pi r^3, \quad \frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dr} \times \frac{dr}{dt} = 4\pi r^2 \times \frac{0}{9} = \frac{4}{9}\pi \times 0 = 0 \quad (./25)$	۱۲															
۱	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{(x-1)^2} - 0}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} = \frac{1}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} = \frac{1}{0^-} = -\infty \end{cases} \quad (./25)$ <p>(محاسبه یکی از حدود چپ یا راست کافی است) f در $x_0=1$ مشتق پذیر نیست. (./25)</p>	۱۳															
۱/۲۵	$\left \frac{1}{x+3} \right \leq 1 \Rightarrow x+3 \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} x+3 \geq 1 \Rightarrow x \geq -2 \\ x+3 \leq -1 \Rightarrow x \leq -4 \end{cases} \Rightarrow D_f = (-\infty, -4] \cup [-2, +\infty) \quad (./5)$ $y' = \frac{-1}{(x+3)^2} < 0 \quad (./25)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \text{ArcSin } 0 = 0 \Rightarrow y=0 \text{ مجانب افقی} \quad (./25)$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>—</td> <td>■</td> <td>—</td> <td>—</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>○</td> <td>$-\frac{\pi}{2}$</td> <td>$\frac{\pi}{2}$</td> <td>○</td> </tr> </table>  <p>(./25)</p>	x	$-\infty$	-4	-2	$+\infty$	y'	—	■	—	—	y	○	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	○	۱۴
x	$-\infty$	-4	-2	$+\infty$													
y'	—	■	—	—													
y	○	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	○													

« ادامه در صفحه‌ی چهارم »

ساعت شروع : ۹ صبح		رشته : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان
تاریخ امتحان : ۱۳۸۹/۶/۴		سال سوم متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱/۵	$f'(x,y) = -\frac{y^3 + 6xy - 4}{3xy^2 + 3x^2} \Rightarrow \text{مماس } m = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \text{قائم } m' = 2 \quad (۰/۲۵)$ $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 1) \quad \text{معادله مماس } (۰/۲۵)$ $y - 1 = 2(x - 1) \quad \text{معادله قائم } (۰/۲۵)$		۱۵
۱/۲۵		$\int_{-3}^1 f(x) dx = \int_{-3}^{-2} f(x) dx + \int_{-2}^1 f(x) dx \quad (۰/۲۵)$ $= -\frac{(۲+۳) \times ۱}{۲} - \frac{۳ \times ۳}{۲} = -۷ \quad (۰/۲۵)$	۱۶
۲۰	جمع نمره		

مصحح گرامی با عرض خسته نباشید

برای راه حل های صحیح دیگر به تناسب نمره منظور فرمایید.