



# کاربرد قدرمطلق در یک ضابطه‌ای کردن توابع

حال به مثال زیر توجه کنید:

$$\text{مثال: تابع } f(x) = \begin{cases} -2 & (x < -2) \\ x & (-2 \leq x \leq 2) \\ 2 & (x > 2) \end{cases} \text{ را در نظر}$$

بگیرید. ابتدا این تابع را به صورت زیر درآورده‌ایم:

$$f(x) = \begin{cases} -2 = -\frac{1}{4}(x+2) + \frac{1}{4}(x-2) & (x < -2) \\ x = \frac{1}{4}(x+2) + \frac{1}{4}(x-2) & (-2 \leq x \leq 2) \\ 2 = \frac{1}{4}(x+2) - \frac{1}{4}(x-2) & (x > 2) \end{cases}$$

حال به سادگی می‌توان دید که:

$$f(x) = \frac{1}{4}|x+2| - \frac{1}{4}|x-2|$$

**تمرین:** توابع زیر را به صورت یک ضابطه‌ای درآورید:

$$y = \begin{cases} 1 & (x < 1) \\ -2x + 3 & (1 \leq x \leq 2) \text{ (الف)} \\ -1 & (x > 2) \end{cases}$$

**کلیدواژه‌ها:** قدرمطلق، تابع چندضابطه‌ای

## اشاره

اغلب دانش‌آموزان با تبدیل توابع قدرمطلق به توابع چندضابطه‌ای آشنایی دارند. در اینجا قصد داریم با استفاده از مفهوم قدرمطلق به عکس این موضوع بپردازیم.

**قضیه:** اگر  $a < b$ ، هر تابع چند ضابطه‌ای به صورت:

$$f(x) = \begin{cases} -2x + a + b & (x < a) \\ b - a & (a \leq x \leq b) \\ 2x - a - b & (x > b) \end{cases}$$

را می‌توان به صورت:

$$f(x) = \begin{cases} -(x-a) - (x-b) & (x < a) \\ (x-a) - (x-b) & (a \leq x \leq b) \\ (x-a) + (x-b) & (x > b) \end{cases}$$

نوشت که با استفاده از خواص قدرمطلق، تابع  $f$

به صورت زیر خواهد بود:

$$f(x) = |x-a| + |x-b|$$



در نتیجه داریم:

$$y = \begin{cases} (x^2 + 2x - 3) - (x - 1) & (x \leq -3) \\ -(x^2 + 2x - 3) - (x - 1) & (-3 \leq x \leq 1) \\ (x^2 + 2x - 3) + (x - 1) & (x \geq 1) \end{cases}$$

و با توجه به جدول تعیین علامت زیر:

		-3		1
X				
$X^2 + 2X - 3$	+	-	-	+
$X - 1$	-	-	-	+

با استفاده از مفهوم قدرمطلق، می‌توان تابع  $y$  را به صورت زیر نوشت:

$$y = |x^2 + 2x - 3| + |x - 1|$$

**تمرین:** تابع با ضابطه‌های زیر داده شده است:

$$y = \begin{cases} x^2 - 7x + 10 & (x \leq 2) \\ -10 + 7x - x^2 & (2 \leq x \leq 4) \\ x^2 - 5x + 6 & (x \geq 4) \end{cases}$$

مانند مثال فوق عمل کنید و تابع را به تابع یک ضابطه‌ای تبدیل کنید.

$$y = \begin{cases} -2x + 2 & (x < 1) \\ 4 & (-1 \leq x \leq 2) \\ 2x - 2 & (x > 2) \end{cases} \quad \text{ب)}$$

به مثال دیگری توجه کنید (این مسئله از کتاب «قدرمطلق» استاد پرویز شهرياری و با راه‌حل متفاوت از منبع مذکور است):

**مثال:** تابع با ضابطه‌های زیر مفروض است.

$$y = \begin{cases} x^2 + x - 2 & (x \leq -3) \\ 4 - 3x - x^2 & (-3 \leq x \leq 1) \\ x^2 + 3x - 4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

با استفاده از علامت قدرمطلق،  $y$  را برحسب  $x$  به کمک تنها یک رابطه نشان دهید.

**حل:** با توجه به این که تابع در  $x = -3$  و  $x = 1$  تغییر ضابطه می‌دهد، هر ضابطه را می‌توان به صورت زیر تجزیه کرد و نوشت:

$$y = \begin{cases} x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2) & (x \leq -3) \\ = (x - 1)(x + 3 - 1) \\ = (x - 1)(x + 3) - (x - 1) \\ 4 - 3x - x^2 = -(x - 1)(x + 4) & (-3 \leq x \leq 1) \\ = -(x - 1)(x + 3 + 1) \\ = -(x - 1)(x + 3) - (x - 1) \\ x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4) & (x \geq 1) \\ = (x - 1)(x + 3 + 1) \\ = (x - 1)(x + 3) + (x - 1) \end{cases}$$