

۱/۵ ۱- در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۱ واحد وسطهای سه ضلع را به هم وصل می کنیم که یک مثلث متساوی الاضلاع جدید بدست آید. وسطهای سه ضلع این مثلث را نیز به هم وصل می کنیم و این عمل را ادامه می دهیم.  
اولاً: از مثلث مرتبه چندم به بعد محیط هر مثلث کوچکتر از  $0/1$  است؟

ثانیاً: تا مثلث مرتبه چندم باید عمل را ادامه داد برای آنکه مجموع محیطهای مثلث حاصل از  $5/99$  تجاوز کند؟

ثالثاً: اگر عمل بصورت نامحدود ادامه یابد مجموع محیطهای مثلث چقدر است؟

۱/۵ ۲- تابع  $f(x)$  از درجه ی چهارم در نظر گرفته شده است بطوری که  $f(x-1)$  بر  $(x+3)^2(x-5)^2$  بخش پذیر است.  $f(5) = 81$  ، مطلوبست  $f(3)$  .

۰/۷۵ ۳- الف) تعداد جملات گویا را در بسط دو جمله ای  $(\sqrt[5]{3} - \sqrt[7]{2})^{24}$  را بدست آورید.

۱) ب) در بسط  $\left(x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^n$  اگر تفاوت ضرایب جملات دوم و سوم ۵۴ باشند شماره جمله ی مستقل از  $x$  را بدست آورید.

۲) ۴- الف) رأس سهمی  $y = x^2 + mx - \frac{1}{4}$  روی نیمساز ناحیه ی دوم و چهارم واقع است اگر این سهمی محور  $x$  ها را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع کند طول پاره خط  $AB$  را بدست آورید.

ب) به ازای کدام مقادیر  $a$  منحنی به معادله  $y = ax^2 - (a + 2)x$  از ناحیه دوم محورهای مختصات نمی گذرد.

۱) ۵- مخزنی با دو شیر آب، آب گیری می شود، اگر هر دو شیر آب باز باشد، این مخزن بعد از ۱۸ دقیقه پر می شود، اما اگر هر یک از شیرهای آب را به تنهایی باز کنیم موقعی که شیر اول باز است مخزن ۱۵ دقیقه زودتر از لحظه ای که شیر دوم باز است پر می شود. این دو شیر هر کدام به تنهایی بعد از چند دقیقه مخزن آب را پر می کنند.

۰/۷۵ ۶- الف) رابطه ی  $R = \{(x, y) | x, y \in R, |x| + |y| = 2\}$  را رسم نمایید.

۱ ب) ثابت کنید  $|x| - |y| \leq |x + y| \leq |x| + |y|$

۱ ۷- الف) تعداد ریشه های  $x \sin x - 1 = 0$  را که بین  $-2\pi$  و  $2\pi$  می باشد را از طریق هندسی بدست آورید.

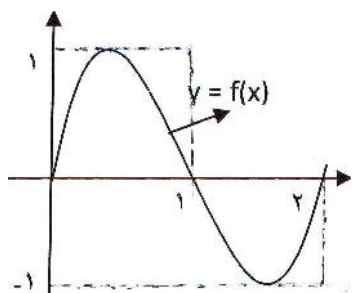
۱ ب) نمودار تابع  $(x > -1)$   $y = x^3 - 4x^2 - x + 4$  در بازه  $(a, b)$  زیر محور x ها است  
بیشترین مقدار  $b-a$  را بدست آورید.

۰/۷۵ ۸- الف) اعداد حقیقی که در دامنه ی  $y = \sqrt{x + 3|x - 1|} - 6$  قرار ندارند را بدست آورید.

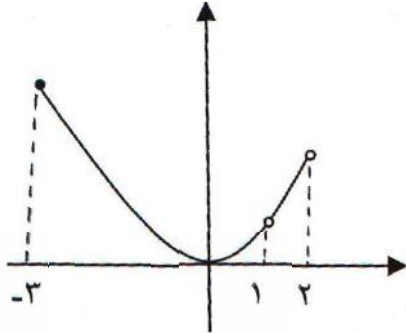
ب) رابطه ای به معادله  $y^2 - 4xy + 4x - m = 0$  مفروض است حدود  $m$  را چنان بیابید تا دامنه تعریف این رابطه  $R$  باشد.

۹- اگر  $f(2-x) + 3f(x-2) = 2-x$  باشد آنگاه  $f(-1)$  را بدست آورید.

۱۰- الف) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  بصورت زیر باشد نمودار  $g(x) = 1 + 3f\left(\frac{x}{2}\right)$  را رسم نمایید.  
(شکل هر مرحله را مجزا رسم نمایید.)



ب) شکل زیر نمودار تابع  $y = f(x)$  می باشد دامنه تابع  $f\left(-\frac{x}{2} + 1\right)$  را بدست آورید.



۱۱- الف) اگر  $f(x) = \{(-2, 0), (-1, 0), (0, 2), (1, -1), (2, 3), (3, -1)\}$  و  $g(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+2}}$

آنگاه  $D_{\frac{f}{g}}$  را بدست آورید.

ب)  $f(x) = \{(2, 1), (3, 2), (4, 5), (1, 7)\}$  و  $g(x) = \{(1, 2), (3, 1), (a, 3), (b, 1)\}$

مفروض اند  $f \circ g$  و  $g \circ f$  باشند دوتایی  $(a, b)$  را بدست آورید.

۱۲- الف) رسم کنید:  $[x] = [y]$   $x \in [-2, 2]$

ب) معادله روبرو را حل کنید:  $5x - 6[x] = 0$

ج) حاصل عبارت زیر را بدست آورید:  $S = \lfloor 1 \rfloor + \lfloor \sqrt{2} \rfloor + \lfloor \sqrt{3} \rfloor + \dots + \lfloor \sqrt{625} \rfloor$