

(هر سؤال ۲ نمره دارد)

۱- ثابت کنید که $A \subset \mathbb{R}$ کراندار است اگر و تنها اگر عدد حقیقی مثبت K موجود باشد که به ازای هر $x \in A$ داشته باشیم $|x| \leq K$.

۲- با استفاده از تعریف حد دنباله ها نشان دهید: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2+4}{n^2+1} = 5$

۳- یکنوایی دنباله $\left\{ \frac{5^n+7^{n-1}}{5^{n+2}+7^n} \right\}$ را بررسی کنید و در صورت وجود کران بالا و پایین آن را بیابید.

۴- مقدار سری های زیر را محاسبه کنید. (فقط جواب)

الف) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{9k^2-3k-2} =$

ب) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^{k-1}+5^k}{7^{k+1}} =$

ج) $\sum_{k=1}^{\infty} \tan \frac{k\pi}{1+4k} =$

۵- با استفاده از دنباله ها نشان دهید تابع $f(x) = \left[\frac{1}{x} \right] + \left[\frac{-1}{x} \right]$ در $x=0$ حد ندارد.

۶- حد عبارات زیر را بیابید. (فقط جواب)

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(-1)^{[x]}}{x-1} =$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2} =$

ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[4]{16x^4 + 3x^3 - 1} - \sqrt[3]{8x^3 - 5x^2 + 2} \right) =$

د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+2}{x-7} \right)^x =$

۷- مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع زیر در $x_0 = 0$ پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{2}a - x & x < 0 \\ [x] + b - 1 & x = 0 \\ \frac{\sqrt{4-4 \cos 2x}}{2x} & x > 0 \end{cases}$$

۸- معادلات مجانب تابع $f(x) = x \operatorname{Arc} \cot x$ را بیابید.

۹- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & , x \geq 2 \\ 4 \cos(x - 2) + 3 \sqrt{2x} & , x < 2 \end{cases}$ مفروض است.

مطلوب است محاسبه ی $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2-3h) - f(2+4h)}{h}$

۱۰- تابع $f(x) = |x^3 - 4x|$ مفروض است. اولاً $f'(x)$ را بیابید. ثانیاً D_f را بیابید.

«موفق و پیروز باشید»