

۱) مربعی به ضلع  $a$  در اختیار داریم. وسط اضلاع آن را به هم وصل می‌کنیم تا مربع دوم در درون مربع اول ایجاد شود. همین کار را با مربع دوم انجام می‌دهیم تا مربع سوم درون مربع دوم ایجاد شود. این کار را مرتباً تکرار می‌نماییم. چندمین مربع اولین مربعی است که مساحت آن از  $\frac{a^2}{10}$  کمتر خواهد شد؟ [۱/۵ نمره]

۲) حدود  $m$  را چنان تعیین کنید که نامعادله‌ی زیر به‌ازای همه‌ی مقادیر  $x$  برقرار باشد. [۲ نمره]

$$-3 < \frac{x^2 + mx - 2}{x^2 - x + 1} < 2$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \text{ اگر } f(x) \text{ باشد,} \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$$

الف) ضابطه‌ی  $f(x^2 - 5x + 6)$  را به‌دست بیاورید. [۱/۲۵ نمره]

ب) نمودار  $f(x^2 - 5x + 6)$  را رسم کنید. [۰/۵ نمره]

۴) اگر  $2f(x-2) + 3f(2) = 12x - 8$  باشد، آنگاه  $f(x)$  را حساب کنید. [۱ نمره]

۵) اگر  $f(x) = 8x^{\frac{2}{3}} + 5$  و  $(f \circ g)(x) = 4x^3 + 5$  باشد،  $g(x)$  را تعیین کنید. [۱/۵ نمره]

۶) معادله‌ی لگاریتمی زیر را حل کنید. [۱/۵ نمره]

$$\frac{2 + \log_r^x}{a^{\frac{1}{2} \log_r^a}} = 64$$

۷) بُرد تابع مثلثاتی زیر را بیابید. [۱ نمره]

$$f(x) = \frac{2 \cos x + 3}{\cos x + 2}$$

۸) تابع مثلثاتی  $f(x) = |\sin 2x|$  را در اختیار داریم.

الف) دوره تناوب تابع زیر را به‌کمک تعریف بیابید. [۱/۵ نمره]

ب) نمودار تابع  $g(x) = -f\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$  را در فاصله‌ی  $[\pi, 0]$  به روش انتقال رسم کنید. [۲ نمره]

مراحل رسم و انتقال نمودار را در برگه‌ای که ضمیمه‌ی پاسخ‌نامه است

به‌صورت دقیق و با مشخص کردن نقاط تلاقی با محورهای دستگاه مختصات انجام دهید.

۹) شکل روبرو شمایی از یک جنگنده می باشد. موارد خواسته شده را در ادامه سؤال بیابید:

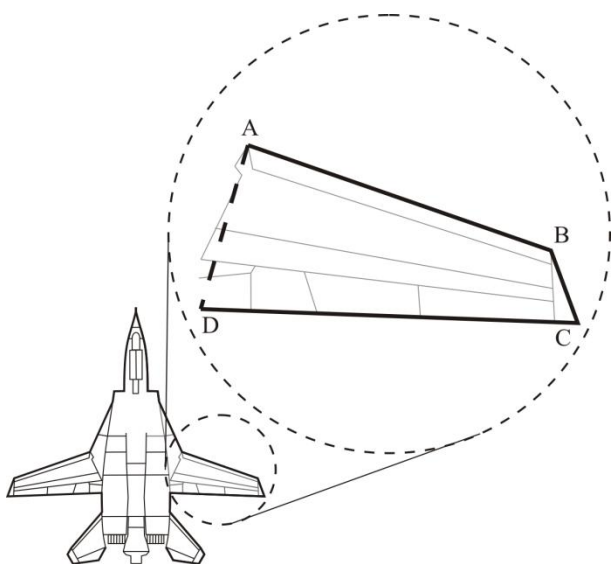
الف) طول  $AD$ . [۱/۵ نمره]

ب) برای ساخت این قسمت از بال هواپیما از ورق فلز تیتانیوم استفاده می شود. حساب کنید که برای ساخت هر دو بال هواپیما چند متر مربع ورق تیتانیوم مورد نیاز است؟ [۱ نمره]

مشخصات بال هواپیما

$$CD = 7 \text{ m}, BC = 3 \text{ m}, AB = 5 \text{ m}$$

$$\angle ADC = 75^\circ, \angle ABC = 120^\circ$$



۱۰) اگر  $A = [i + j]_{2 \times 2}$  و  $B = [i^2 - j^2]_{2 \times 2}$  باشد، حاصل  $A^{-1} \times B^{-1}$  را بیابید. [۰/۷۵ نمره]

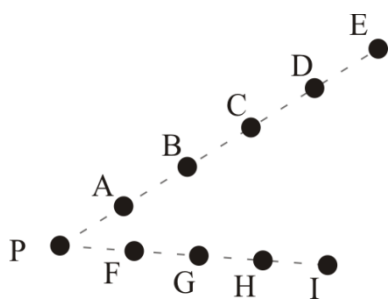
۱۱) دستگاه معادلات زیر را به روش ماتریس معکوس حل کنید. [۱ نمره]

$$\begin{cases} 2x + \frac{3}{y} = 0 \\ 6x + \frac{4}{y} = 1 \end{cases}$$

۱۲) می خواهیم با نقاط مشخص شده در شکل روبرو مثلث بسازیم.

الف) بدون در نظر گرفتن نقطه  $P$  چه تعداد مثلث با نقاط باقیمانده می توان ساخت؟ [۱ نمره]

ب) این بار نقطه  $P$  را هم در نظر بگیرید و تعداد مثلث هایی را که می توان ساخت حساب کنید. [۱ نمره]



«در نمودار زیر هر خانه به عرض  $\frac{\pi}{4}$  واحد و ارتفاع ۱ واحد است.»

