

مدت : ۱۲۰ دقیقه	ساعت: ۸ صبح	رشته : فنی و حرفه‌ای	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۸۹/۳/۴		تعداد صفحه: ۲	سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی)
مرکز سنجش آموزش و پرورش		دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خردادماه ۱۳۸۹	

ردیف	سوالات	نمره
۱	مقادیر $a$ و $b$ را چنان تعیین کنید که دو نقطه‌ی $A(2a-b, 3a+2)$ و $B(7, 2a+10)$ بر هم منطبق باشند.	۰/۷۵
۲	اگر $A = \{x   x \in \mathbb{R}, 1 < x < 5\}$ و $B = [0, 4]$ باشند حاصل عبارات زیر را به دست آورید. الف) $A - B$ ب) $A \cup B$ ج) مرکز $B$	۰/۷۵
۳	مقدار $b$ را چنان به دست آورید که نقطه‌ی $A(\frac{\pi}{6}, 2b+3)$ بر روی نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = 2\sqrt{3} \cos x + 2$ باشد.	۱
۴	دامنه‌ی توابع زیر را به دست آورید. الف) $y = \sqrt{4x - x^2}$ ب) $y = 2 \tan x$	۱/۵
۵	اگر $f(x) = \sqrt{7x+4}$ و $g(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ باشند، حاصل عبارات $(\frac{f}{g+f})(0)$ را به دست آورید.	۱
۶	اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x^2 - 1$ باشند معادله‌ی زیر را حل کنید. $(g \circ f)(x) - \sqrt{x} = (f \circ g)(x)$	۱
۷	با توجه به شکل زیر حاصل عبارت $A = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + f(0) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ را به دست آورید. 	۱/۵
۸	حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 27}{x^2 - 9}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{\sin^2 x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3}{(x-4)^2}$ د) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(2x-1)(x+3)}{1-x+x^2}$	۲/۵
ادامه در صفحه دوم		

باسمه تعالی

مدت : ۱۲۰ دقیقه	ساعات: ۸ صبح	رشته : فنی و حرفه‌ای	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۸۹/۳/۴		تعداد صفحه: ۲	سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی)
مرکز سنجش آموزش و پرورش		دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خردادماه ۱۳۸۹	

ردیف	سوالات	نمره
۹	مقادیر $a, b$ را طوری تعیین کنید که تابع با ضابطه‌ی زیر در $x=2$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} \frac{[x]+a}{x-1} & x > 2 \\ 3 & x = 2 \\ 2bx+4 & x < 2 \end{cases}$	۱/۵
۱۰	تابع با ضابطه‌ی $y = \frac{\cos x}{x^2+4}$ در چه فاصله‌ای پیوسته است؟	۱
۱۱	مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 7x^2 + 2$ را به کمک تعریف به دست آورید.	۲
۱۲	معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = 2\sqrt{x}$ را در $x=4$ واقع بر منحنی، به دست آورید.	۱/۵
۱۳	تابع $f$ با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 + 6bx + c$ داده شده است. مقادیر $b$ و $c$ را چنان بیابید که تابع در نقطه‌ی $(7, -1)$ دارای ماکسیمم یا مینیمم باشد.	۱
۱۴	نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = -x^2 + 3x + 1$ را به کمک مشتق رسم نمایید.	۲
۱۵	اگر $x + 3y = 12$ مقدار $x, y$ را چنان بیابید که حاصل $P = xy$ ماکسیمم گردد.	۱
	موفق باشید	جمع نمره
		۲۰

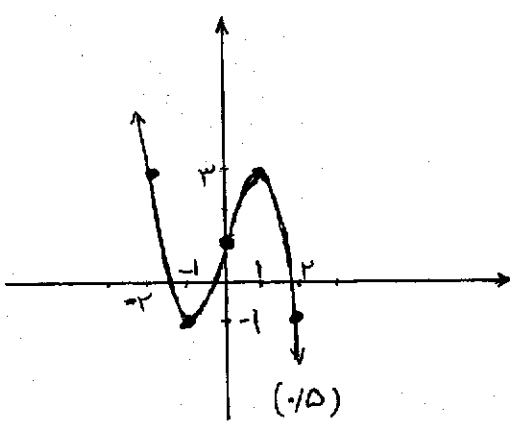
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: فنی و حرفه‌ای
سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی)	تعداد صفحه: ۳
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خردادماه ۱۳۸۹	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹/۳/۴
مرکز سنجش آموزش و پرورش	

ردیف	سؤالات	نمره										
۱	$\begin{cases} x_A = x_B \\ y_A = y_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a - b = 7 & (0/25) \\ 3a + 4 = 2a + 10 & (0/25) \end{cases} \begin{cases} b = 5 & (0/25) \\ a = 6 & (0/25) \end{cases}$	۱										
۲	<p>الف) <math>A - B = (4, 5)</math> (0/25)</p> <p>ب) <math>A \cup B = [0, 5)</math> (0/25)</p> <p>ج) مرکز <math>B = 2</math> (0/25)</p>	۰/۷۵										
۳	$2b + 3 = 2\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} + 3 \Rightarrow 2b = 2\sqrt{3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \Rightarrow b = \frac{3}{2}$ <p>(0/5) (0/25) (0/25)</p>	۱										
۴	<p>الف) <math>4x - x^2 \geq 0</math> (0/25)</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-\infty</math></td> <td style="text-align: center;"><math>0</math></td> <td style="text-align: center;"><math>4</math></td> <td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>4x - x^2</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-</math></td> <td style="text-align: center;"><math>+</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-</math></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>D = [0, 4]</math> (0/25)</p> <p>ب) <math>Dy = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi \right\}</math> (0/5)</p>	$x$	$-\infty$	$0$	$4$	$+\infty$	$4x - x^2$	$-$	$+$	$-$	$-$	۱/۵
$x$	$-\infty$	$0$	$4$	$+\infty$								
$4x - x^2$	$-$	$+$	$-$	$-$								
۵	$\left( \frac{f}{g+f} \right)(0) = \frac{f(0)}{g(0) + f(0)} = \frac{2}{3+2} = \frac{2}{5}$ <p>(0/25) (0/5)</p>	۱										
۶	<p><math>f(x) = \sqrt{x+1}, g(x) = x^2 - 1</math></p> <p><math>\begin{cases} g \circ f(x) = g(f(x)) = (\sqrt{x+1})^2 - 1 = x &amp; (0/25) \\ f \circ g(y) = f(g(y)) = f(2) = 2 &amp; (0/25) \end{cases}</math></p> <p><math>g \circ f(x) - 2x = f \circ g(y)</math></p> <p><math>x - 2x = 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}</math> (0/5)</p>	۱										
۷	<p><math>A = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + 4f(0) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)</math></p> <p><math>A = 1 + 4(2) + 1 = 10</math> (0/5)</p> <p>(0/25) (0/5) (0/25)</p>	۱/۵										

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: فنی و حرفه‌ای
سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی)	تعداد صفحه: ۳
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خردادماه ۱۳۸۹	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹/۳/۴
	مرکز سنجش آموزش و پرورش

ردیف	سؤالات	نمره
۸	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 27}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x^2 - 3x + 9)}{(x+3)(x-3)} = \frac{27}{-6} = -\frac{9}{2}</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \frac{\sin^2 x}{2x}}{\frac{\sin^2 x}{2x}} = \frac{3}{2}</math> (۰/۲۵)</p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3}{(x-4)^2} = \frac{3}{0^+} = +\infty</math> (۰/۲۵)</p> <p>د) <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(2x-1)(x+3)}{1-x+x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(2x)(x)}{(x^2)} = 2</math> (۰/۲۵)</p>	۲/۵
۹	<p><math>\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2+a</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4b+4</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>f(2) = 2</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>2+a = 2 \rightarrow a = 0</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>4b+4 = 2 \rightarrow b = \frac{-1}{4}</math> (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۱۰	تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته است. (۱)	۱
۱۱	<p><math>f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(x+\Delta x)^2 + 2} - (\sqrt{x^2 + 2})}{\Delta x}</math> (۰/۵)</p> <p><math>= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x}) = \sqrt{x} + \sqrt{x}</math> (۰/۵)</p>	۲

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: فنی و حرفه‌ای
سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی)	تعداد صفحه: ۳
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خردادماه ۱۳۸۹	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹/۳/۴
مرکز سنجش آموزش و پرورش	

ردیف	سؤالات	نمره																								
۱۲	$x_1 = 4 \rightarrow y_1 = 4$ (۰/۲۵) $y - 4 = \frac{1}{4}(x - 4) \rightarrow y = \frac{1}{4}x + 3$ (۰/۲۵) $y' = \frac{1}{\sqrt{x}} \rightarrow m = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵																								
۱۳	$(-1)^2 + 6b(-1) + c = 7 \Rightarrow -6b + c = 8$ (۰/۲۵) $f'(x) = 2x + 6b \rightarrow f'(-1) = 2(-1) + 6b = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{3}, c = 5$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱																								
۱۴	$y' = -2x^2 + 2 = 0 \rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow (1, 3), (-1, -1)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td>-1</td> <td><math>\nearrow</math></td> <td>3</td> <td><math>\searrow</math></td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> </table> min max (۰/۲۵)	x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$	y'		-	0	+	+	0	-	y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$	۲
x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$																			
y'		-	0	+	+	0	-																			
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$																			
۱۵	$x = 12 - 2y, P = (12 - 2y)y \Rightarrow P = 12y - 2y^2$ (۰/۲۵) $P' = 12 - 4y = 0 \rightarrow y = 3$ (۰/۲۵) $x = 6$ (۰/۲۵)	۱																								
۲۰	همکاران محترم: با عرض سلام و احترام، برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید. جمع نمرات																									