

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

مرحله اول بیستمین المپیاد کامپیوتر ایران سی ام دی ماه هشتاد و هشت

ویرایش و پاسخ :

مهندس احمد نوری رنجبر

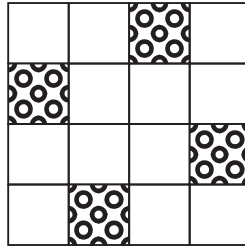
یاسر احمدی فولادی

توضیح: متن تمام سوالات حروف چینی مجدد، ویرایش و بازبینی شده است، اما امکان اشتباه وجود دارد و لذا از تمام اساتید محترم و دانش آموزان عزیز درخواست می شود اشتباهات این متن را از طریق قسمت «تماس با ما» در سایت www.IRYSC.com یا ایمیل info@iryse.com اعلام فرمایند تا در اسرع وقت تصحیح شود.

خلینا - ۱۳۸۸/۱۱/۱

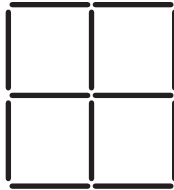
(۱) IRYSC.COM شکل زیر جزیره‌ای را نشان می‌دهد که ۱۶ خانه دارد. مساحت هر خانه هم یک واحد است. ۴ تا از این خانه‌ها در شکل مشخص شده‌اند حاوی معدن طلا هستند.

یک «مزرعه»، یک مستطیل روی این جزیره است که اضلاع آن دقیقاً روی مرزهای خانه‌ها قرار دارد و مساحت آن حداقل یک واحد است. ارزش یک مزرعه برابر تعداد معادن طلای داخل آن است. برای مثال، ارزش مزرعه‌ی شامل سه ستون سمت چپ و دو سطر بالایی (به مساحت ۶) برابر ۲ و ارزش مزرعه‌ای که شامل تمام خانه‌های جدول باشد، برابر ۴ است. مجموع ارزش‌های تمام مزرعه‌های متفاوت این جزیره کدام است؟



- الف) ۱۰۴ (ب) ۲۴ (ج) ۲۴۰ (د) ۱۲۰ (ه) ۹۶

(۲) IRYSC.COM یک جدول 2×2 مانند شکل زیر داده شده است. این جدول با استفاده از ۱۲ چوب کبریت به طول واحد ساخته شده است. به چند طریق می‌توان ۲ چوب کبریت را رنگ کرد، به طوری که چوب کبریت‌های رنگ شده با هم برخورد نداشته باشند؟ دو چوب کبریت با هم برخورد دارند، اگر رأس مشترک داشته باشند.



- الف) ۴۸ (ب) ۵۰ (ج) ۵۲ (د) ۵۴ (ه) ۶۴

(۳) IRYSC.COM سعید و حسام بازی زیر را انجام می‌دهند. ابتدا، سعید یک عدد طبیعی و دو رقمی n را نزد خودش انتخاب می‌کند. پس از آن و در هر مرحله، حسام یک عدد طبیعی یک رقمی مثل k به همراه یک بطری نوشابه به سعید می‌دهد و سعید در ازای آن، باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد n (عدد خودش) بر عدد k را به حسام می‌گوید.

فرض کنید حسام به اندازه‌ی کافی باهوش است. او در ابتدای کار حداقل چند بطری نوشابه باید همراه داشته باشد تا مطمئن شود که با آن تعداد بطری، همواره می‌تواند عدد سعید را حدس بزند.

- الف) ۲ بطری (ب) ۳ بطری (ج) ۴ بطری (د) ۵ بطری (ه) ۹ بطری

(۴) IRYSC.COM تعدادی دستمال مستطیل شکل، روی یک میز سفید افتاده‌اند. از بالا که به این دستمال‌ها نگاه می‌کنیم، شکلی شبیه شکل زیر را تشکیل می‌دهند. حداقل تعداد دستمال‌ها چند تا است؟



- الف) ۴ (ب) ۵ (ج) ۶ (د) ۷ (ه) ۸

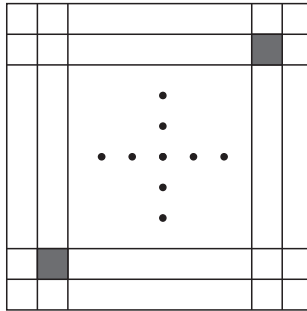
(۵) **IRYSC.COM** الگوریتم زیر را در نظر بگیرید:

- عدد x را از ورودی بگیر.
- عدد a را برابر صفر قرار بده.
- تا زمانی که عدد x بزرگ‌تر از صفر است، کارهای زیر را انجام بده:
 - باقی‌مانده‌ی تقسیم x بر ۲ را در k بریز.
 - اگر k برابر صفر بود، به مقدار a یک واحد اضافه کن.
 - x را برابر خارج قسمت تقسیم خودش بر ۲ قرار بده.
- مقدار a را به عنوان خروجی الگوریتم برگردان.

برای مثال، اگر به این الگوریتم عدد ۹ را بدهیم خروجی مقدار ۲ را برمی‌گرداند. اکنون فرض کنید اعداد ۱ تا ۱۳۸۸ را یکی یکی به این الگوریتم می‌دهیم و هر بار خروجی الگوریتم را یادداشت می‌کنیم. بزرگ‌ترین عددی که یادداشت می‌کنیم، چند است؟

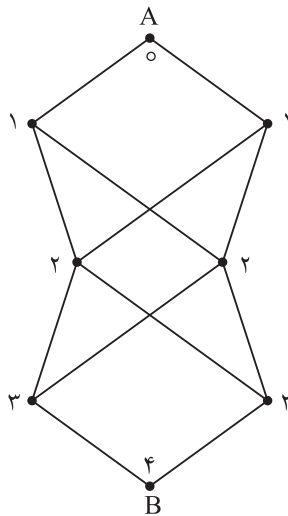
- الف) ۹ (ب) ۱۰ (ج) ۱۱ (د) ۲۰ (ه) ۶۹۴

(۶) **IRYSC.COM** خانه‌های $(۲, ۲)$ و $(۹۹, ۹۹)$ یک جدول ۱۰۰×۱۰۰ سیاه و بقیه‌ی خانه‌های آن سفید هستند. این جدول در شکل زیر نشان داده شده است. بعد از گذشت ۱ ثانیه تمام خانه‌های مجاور یک خانه‌ی سیاه، سیاه می‌شوند. دو خانه مجاور هستند، اگر و تنها اگر یک ضلع مشترک داشته باشند. بعد از چند ثانیه تمام خانه‌های جدول سیاه خواهند شد؟



- الف) ۹۶ (ب) ۹۷ (ج) ۹۸ (د) ۹۹ (ه) ۱۰۰

(۷) **IRYSC.COM** در شکل زیر به چند طریق می‌توان از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B رفت به طوری که هر یک از اعداد ۰ تا ۴ دقیقاً یک بار در طول مسیر در نقطه‌ها مشاهده شوند؟



- الف) ۴ (ب) ۷ (ج) ۸ (د) ۱۵ (ه) ۱۶

۸) اعداد زوج را از چپ به راست پشت سر هم می نویسیم. ۱۳۸۸ امین رقم این دنباله چیست؟ IRYSC.COM

الف) ۲ (ب) ۴ (ج) ۶ (د) ۸ (ه) ۹

۹) یک جایگشت مرتبه n دنباله‌ای (ترتیبی) از اعداد ۱ تا n است. برای مثال $(۳, ۱, ۴, ۲)$ یک جایگشت مرتبه ۴ است. IRYSC.COM

جدول ضرب یک جایگشت $P = \langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$ یک جدول $n \times n$ است که مقدار خانه‌ی سطر i ام و ستون j ام آن برابر $p_i \times p_j$ می باشد. برای مثال، جدول ضرب جایگشت $(۳, ۱, ۲)$ به صورت شکل زیر است.

۹	۳	۶
۳	۱	۲
۶	۲	۴

آیدا و آیدین بازی زیر را انجام می دهند. ابتدا آیدین از اتاق بیرون می رود و آیدا یک جایگشت مرتبه ۸ انتخاب می کند و جدول ضرب آن را می نویسد و بر روی هر کدام از ۶۴ خانه‌ی جدول یک سکه می گذارد.

آیدین به اتاق برمی گردد و k تا از خانه‌های جدول را انتخاب می کند و از آیدا می خواهد تا سکه‌های آن k خانه را همزمان از روی صفحه بردارد. بعد از انجام این کار، اگر آیدین بتواند جایگشت آیدا را دقیقاً تعیین کند، برنده می شود. کمترین مقدار k که آیدین بتواند همواره برنده بشود چند است؟

الف) ۴ (ب) ۵ (ج) ۶ (د) ۷ (ه) ۸

۱۰) همان مسأله‌ی قبل را در نظر بگیرید، با این تفاوت که اولاً مرتبه‌ی کار به جای ۸ برابر ۳ است. ثانیاً آیدا به جای IRYSC.COM

یک جایگشت، دو جایگشت مانند $P = \langle p_1, p_2, p_3 \rangle$ و $Q = \langle q_1, q_2, q_3 \rangle$ را انتخاب می کند و عدد سطر i ام و ستون j ام جدول برابر $p_i \times q_j$ است. برای مثال، جدول ضرب دو جایگشت $P = \langle ۱, ۳, ۲ \rangle$ و $Q = \langle ۲, ۱, ۳ \rangle$ مطابق شکل زیر است:

۲	۱	۳
۶	۳	۹
۴	۲	۶

آیدین در صورتی در این مسأله برنده می شود که بتواند هر دو جایگشت P و Q را حدس بزند. کمترین مقدار k که آیدین بتواند همواره برنده بشود چند است؟

الف) ۲ (ب) ۳ (ج) ۴ (د) ۵ (ه) ۶

۱۱) دو چند جمله‌ای $1 + x^2 - x^1 + \dots + x^{18} - x^{19} + x^{20}$ و $1 + x^2 + x^1 + \dots + x^{18} + x^{19} + x^{20}$ را در یکدیگر IRYSC.COM

ضرب می کنیم. اگر مجموع ضرایب چند جمله‌ای حاصل A باشد، باقی مانده‌ی A بر ۵ کدام است؟

الف) ۰ (ب) ۱ (ج) ۲ (د) ۳ (ه) ۴

۱۲) بین شهرهای یک کشور لوله‌های آب قرار داده‌ایم. میزان انتقال آب روی هر لوله مشخص است. «قدرت» یک IRYSC.COM

شهر را برابر تفاوت میزان آب خروجی از آن شهر و میزان آب ورودی به آن تعریف می کنیم. قدرت یک شهر ممکن است عددی منفی یا مثبت باشد، بسته به این که آن شهر تولید کننده‌ی آب باشد یا فقط مصرف کننده‌ی آب.

مثلاً اگر قدرت یک شهر ۶- و میزان آب ورودی به آن شهر ۱۰۲ لیتر باشد میزان آب خروجی (از طریق لوله‌هایی که از آن شهر به شهرهای دیگر خارج شده است) ۹۶ لیتر خواهد بود.

در یک کشور با ۵ شهر، فرض کنید باقی مانده‌ی قدرت چهار شهر اول تقسیم بر ۱۱ به ترتیب اعداد ۳، ۹، ۷، ۱ باشد. کدام یک از اعداد زیر می تواند قدرت شهر پنجم باشد؟

الف) ۱۰۰۰ (ب) ۳۰۰۰ (ج) ۵۰۰۰ (د) ۷۰۰۰ (ه) ۹۰۰۰

(۱۳) **IRYSC.COM** رولت روسی یک بازی مرگ بار است که طی آن هر شرکت کننده یک یا چند گلوله در هفت تیر قرار می دهد و بعد از چرخاندن تصادفی خشاب، لوله ی هفت تیر بر روی شقیقه ی خود قرار داده و ماشه را می کشد.

خشاب این هفت تیر به صورت دایره است که جای هفت گلوله دارد و بعد از کشیدن ماشه، خشاب به صورت ساعت گرد می چرخد. در یک بازی شخصی ۳ گلوله را به صورت تصادفی و با احتمال یکسان در خشاب با ظرفیت ۷ گلوله قرار می دهد و پس از چرخاندن خشاب، ۲ بار پیاپی شلیک می کند. احتمال زنده ماندنش چه قدر است؟

- الف) $\frac{1}{7}$ ب) $\frac{12}{49}$ ج) $\frac{4}{7}$ د) $\frac{17}{49}$ ه) $\frac{2}{7}$

(۱۴) **IRYSC.COM** فرض کنید که در مربع 3×3 شکل زیر اعداد ۱ تا ۹ را طوری قرار داده ایم که حاصل جمع اعداد هر سطر، هر ستون و هر قطر برابر باشد. کدام یک از اعداد زیر نمی تواند در گوشه ی سمت چپ بالا قرار گیرد؟

- الف) ۲ ب) ۴ ج) ۶ د) ۸ ه) ۹

(۱۵) **IRYSC.COM** در یک زمستان سرد، خرس قطبی ۸۸ قطعه گوشت دقیقاً به اندازه های ۱، ۲، تا ۸۸ را در غاری ذخیره کرده است. او هر روز یکی از این قطعه گوشت ها را به صورت تصادفی (و با احتمال برابر) انتخاب می کند. اگر اندازه ی گوشت عدد فردی بود، آن را کاملاً می خورد. اگر زوج بود آن را دقیقاً نصف می کند، یک نصف آن را می خورد و نصف دیگر را مجدداً در غار قرار می دهد. اگر گوشتی موجود نباشد، خرس می میرد. با این الگوریتم خرس ما چند روز می تواند زنده بماند؟

- الف) ۸۵ روز ب) ۸۷ روز ج) ۸۸ روز د) ۱۷۳ روز ه) ۱۷۵ روز

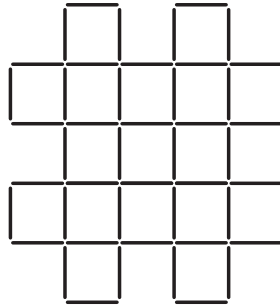
(۱۶) **IRYSC.COM** آرایه ی $A[1..8]$ داده شده است. بر روی آن الگوریتم زیر را اجرا می کنیم:

- ۱) در ابتدا i را برابر ۱ قرار بده و به خط ۲ برو
- ۲) اگر $A[i] = i$ به خط ۴ برو و اگر $A[i] \neq i$ به خط ۳ برو
- ۳) $A[i]$ را با $A[A[i]]$ تعویض کن و به خط ۲ برو
- ۴) i را یک واحد افزایش بده و اگر i کوچک تر یا مساوی ۸ است به خط ۲ برو. اگر i بزرگ تر از ۸ است به خط ۵ برو
- ۵) آرایه ی A را چاپ کن.

اگر $A[1..8] = \langle 8, 5, 3, 4, 6, 1, 2, 7 \rangle$ باشد، خروجی این الگوریتم چیست؟

- الف) $\langle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \rangle$ ب) $\langle 1, 2, 4, 3, 5, 6, 7, 8 \rangle$ ج) $\langle 1, 2, 3, 4, 5, 7, 6, 8 \rangle$ د) $\langle 2, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \rangle$ ه) $\langle 8, 6, 3, 4, 6, 1, 2, 7 \rangle$

۱۷) IRYSC.COM در شکل زیر که با ۴۸ عدد چوب کبریت ساخته شده است، حداقل چند چوب کبریت باید برداشته شود تا هیچ مربعی دیده نشود؟



- الف) ۶ (ب) ۱۰ (ج) ۱۲ (د) ۱۳ (ه) ۱۶

۱۸) IRYSC.COM بر روی یک عدد ۸ بیتی $a_8a_7 \dots a_2a_1$ دو عمل زیر را می توانیم انجام دهیم:

- شیف: تغییر آن به $a_1a_8a_7 \dots a_3a_2$
- تبدیل: تغییر آن به $a_8a_7 \dots a_2\bar{a}_1$ که \bar{x} بیت x را اگر ۰ باشد به ۱ و اگر ۱ باشد به ۰ تغییر می دهد.

با چند تا از این دو عمل می توانیم 10000010 را به 11110000 تبدیل کنیم؟

- الف) ۵ (ب) ۶ (ج) ۷ (د) ۸ (ه) ۹

۱۹) IRYSC.COM ۶ عدد متفاوت داده شده است. با چند تا مقایسه بین این اعداد می توان کوچک ترین و بزرگ ترین این اعداد را یافت؟ بهترین جواب را مشخص کنید.

- الف) ۷ (ب) ۸ (ج) ۹ (د) ۱۰ (ه) ۱۱

۲۰) IRYSC.COM فرض کنید آرایه ای به طول ۱۰۰۰ از بیت های ۰ و ۱ داریم. می گوییم این آرایه «غالب» است اگر دست کم ۹۰٪ اعداد آن ۰ باشد (و در نتیجه حداکثر ۱۰٪ آن ۱ باشد). همچنین آرایه ی «غالب» است اگر دست کم ۹۰٪ اعداد آن ۱ باشد (و در نتیجه حداکثر ۱۰٪ آن ۰ باشد).

می دانیم که آرایه یا ۰-غالب است یا ۱-غالب، ولی نمی دانیم کدام یک. چند تا از درایه های این آرایه را باید بررسی کنیم تا به طور قطع بتوانیم بگوییم که آرایه ۰-غالب است یا ۱-غالب؟

- الف) ۱۹۱ (ب) ۲۰۱ (ج) ۲۱۰ (د) ۵۰۱ (ه) ۹۰۱

۲۱) IRYSC.COM افراد با شماره های ۱ تا ۶ به ترتیب دور میز دایره ای شکل و در جهت ساعت گرد نشسته اند و هر یک ورقه ای دارند که بر روی آن یک عدد نوشته شده است (عدد فرد شماره ی i را $A[i]$ می نامیم). الگوریتم زیر را ۱۳۸۸ مرتبه تکرار می کنیم:

(۱) هر فرد با شماره ی فرد ورقه اش را با نفر کناری اش (در جهت ساعت گرد) مقایسه می کند. خود عدد کوچک تر و نفر کناری اش عدد بزرگ تر را برمی دارد.

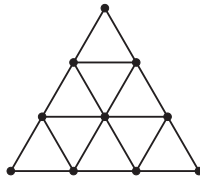
(۲) هر فرد با شماره ی زوج ورقه اش را با نفر کناری اش (در جهت ساعت گرد) مقایسه می کند. خود عدد کوچک تر و نفر کناری اش عدد بزرگ تر را برمی دارد.

اگر $A[1..6] = \langle 2, 4, 5, 6, 8, 9 \rangle$ باشد، بعد از اجرای ۱ مرحله $A[1..6] = \langle 9, 5, 4, 8, 6, 2 \rangle$ خواهد بود. ۲ بعد از اجرای ۱۳۸۸

- الف) شماره ی ۱ (ب) شماره ی ۲ (ج) شماره ی ۴ (د) شماره ی ۵ (ه) شماره ی ۶

^۱ در برگه ی سوالات به اشتباه ۱۶ بیتی نوشته شده بود!
^۲ صورت سوال صحیح است، اما مثال بیان شده برای سؤال غلط می باشد.

(۲۲) **IRYSC.COM** حداکثر چند تا از نقطه‌های توپر در شکل مقابل را می‌توان با سفید رنگ کرد تا نقطه‌های سفید رئوس، یک مثلث متساوی‌الاضلاع را تشکیل ندهند.



- (الف) ۴ (ب) ۵ (ج) ۶ (د) ۷ (ه) ۸

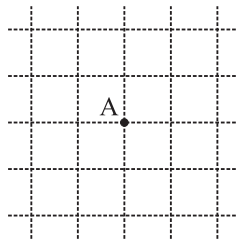
(۲۳) **IRYSC.COM** بر روی یک جایگشت $\langle a_8 a_7 \dots a_2 a_1 \rangle$ می‌توانیم دو عمل زیر را انجام دهیم:

- عمل اول: تغییر آن به $\langle a_8 a_7 a_6 a_2 a_7 a_5 a_3 a_1 \rangle$
- عمل دوم: تغییر آن به $\langle a_8 a_4 a_7 a_3 a_7 a_2 a_5 a_1 \rangle$

فرض کنید جایگشت اولیه $\langle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \rangle$ است. عدد i را طلایی گوئیم اگر با استفاده از دو عمل بالا بتوان جایگشتی تولید کرد که $a_i = 2$ باشد. تعداد اعداد طلایی چند تا است؟

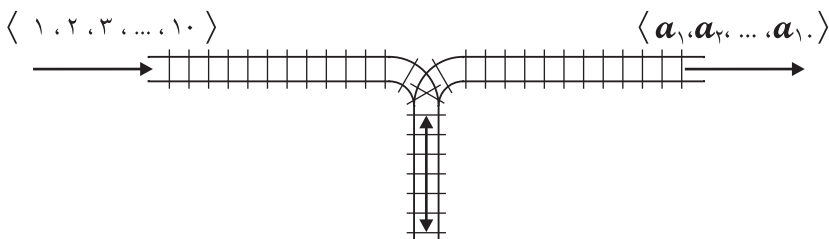
- (الف) ۳ (ب) ۴ (ج) ۵ (د) ۶ (ه) ۸

(۲۴) **IRYSC.COM** همان طور که در شکل نشان داده شده است فردی در نقطه‌ی A قرار دارد. او در حرکت به احتمال $5/10$ یک واحد به سمت راست و به احتمال $5/10$ یک واحد به سمت چپ می‌رود. احتمال اینکه بعد از ۷ حرکت فاصله‌ی او از نقطه‌ی A بیش‌تر از ۳ باشد چه قدر است؟



- (الف) $1/16$ (ب) $14/128$ (ج) $58/128$ (د) $1/8$ (ه) $56/256$

(۲۵) **IRYSC.COM** یک ردیف از قطار با شماره‌های ۱ تا ۱۰ پشت سر هم مطابق شکل زیر قرار دارند. این ردیف را با دنباله‌ی $\langle 1, 2, 3, \dots, 10 \rangle$ نمایش می‌دهیم. قطار ۱ آخرین قطار است. بین ریل ورودی و ریل خروجی ریلی به نام «پارکینگ» دقیقاً مطابق شکل زیر قرار گرفته است. هر قطار برای آنکه در ریل خروجی ظاهر شود باید ابتدا به پارکینگ وارد شود. همیشه هم آخرین قطار موجود در پارکینگ دنده عقب به خروجی منتقل می‌شود. با این ترتیب در خروجی یک دنباله از قطارها (به ترتیب از راست به چپ) ظاهر خواهد شد که با $\langle a_1, a_2, \dots, a_{10} \rangle$ نشان می‌دهیم و به آن دنباله‌ی «قابل تولید» می‌گوییم. دقت کنید که a_1 آخرین قطاری است که خارج می‌شود. چند تا از دنباله‌های زیر قابل تولید هستند؟



- $\langle 10, 9, 8, 7, 4, 6, 3, 2, 1, 5 \rangle$
- $\langle 9, 9, 1, 6, 7, 5, 1, 3, 2, 10 \rangle$
- $\langle 8, 6, 7, 1, 10, 5, 4, 3, 9, 2 \rangle$
- $\langle 10, 9, 8, 1, 7, 6, 5, 3, 2, 4 \rangle$

- (الف) ۰ (ب) ۱ (ج) ۲ (د) ۳ (ه) ۴

دانش آموزانی که در آزمون‌های آنلاین مجازی سایت المپیادهای علمی ایران در سال ۱۳۸۸ در رشته‌های ریاضی، فیزیک و شیمی شرکت کرده بودند، همگی بر این باور هستند که نکات تمام سوالات مرحله‌ی اول آزمون‌های این رشته‌ها در سال ۱۳۸۸ در آزمون‌های آزمایشی سایت مطرح شده بود. به امید خدا در پاییز سال ۱۳۸۹ منتظر آزمون‌های آنلاین آزمایشی در رشته‌ی کامپیوتر نیز باشید.

کلید مرحله اول بیستمین المپیاد کامپیوتر ایران دی ماه هشتاد و هشت

الف	ب	ج	د	ه	۱۶
الف	ب	ج	د	ه	۱۷
الف	ب	ج	د	ه	۱۸
الف	ب	ج	د	ه	۱۹
الف	ب	ج	د	ه	۲۰
الف	ب	ج	د	ه	۲۱
الف	ب	ج	د	ه	۲۲
الف	ب	ج	د	ه	۲۳
الف	ب	ج	د	ه	۲۴
الف	ب	ج	د	ه	۲۵
الف	ب	ج	د	ه	۱
الف	ب	ج	د	ه	۲
الف	ب	ج	د	ه	۳
الف	ب	ج	د	ه	۴
الف	ب	ج	د	ه	۵
الف	ب	ج	د	ه	۶
الف	ب	ج	د	ه	۷
الف	ب	ج	د	ه	۸
الف	ب	ج	د	ه	۹
الف	ب	ج	د	ه	۱۰
الف	ب	ج	د	ه	۱۱
الف	ب	ج	د	ه	۱۲
الف	ب	ج	د	ه	۱۳
الف	ب	ج	د	ه	۱۴
الف	ب	ج	د	ه	۱۵

رنگ قرمز : سوالات غلط

WWW.IRYSC.COM

توضیح سوال ۲:

جواب صحیح عدد ۴۴ می‌باشد و در صورتی که اتصال رأس‌های هر دو چوب کبریت به شکل زیر باشد، تعداد حالات مسأله برابر ۵۰ است که این عدد در گزینه‌ی «ب» آمده است.

